

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Явление декогеренции и теория непрерывных квантовых измерений

М.Б. Менский

Декогеренция квантовой системы (появление у нее классических черт) возникает в процессе взаимодействия системы с окружающей средой и хорошо описывается в рамках теории непрерывных квантовых измерений (НКИ). Дается обзор различных подходов к теории НКИ и более подробно излагается подход, основанный на эффективных комплексных гамильтонианах. Эффективный комплексный гамильтониан выводится из ограниченного интеграла по путям, который подчеркивает роль информации в динамике измеряемой системы. Комплексный гамильтониан применяется для анализа НКИ энергии в двухуровневой системе. Показывается, что такое измерение позволяет осуществлять мониторинг квантового перехода, и анализируется обратное влияние мониторинга на вероятность перехода. Описывается реализация этого типа измерений длинной серией мягких наблюдений системы.

PACS number: 03.65.Bz

Содержание

1. Введение (1017).
 2. Измерение квантовой системы ее окружением (1020).
 - 2.1. Суперотбор, индуцированный окружением.
 - 2.2. Модели непрерывных измерений.
 3. Феноменология непрерывно измеряемых систем (1022).
 - 3.1. Разные подходы к описанию непрерывного измерения.
 - 3.2. Ограниченные интегралы по путям (квантовые коридоры).
 - 3.3. * Вывод стохастического уравнения¹.
 - 3.4. * Совместные истории.
 4. Непрерывное измерение дискретной энергии (1030).
 - 4.1. Измерение энергии в многоуровневой системе.
 - 4.2. Мониторинг квантового перехода.
 - 4.3. Реализация непрерывного измерения энергии.
 5. Заключение (1034).
- Список литературы (1034).

1. Введение

Непрерывные или повторные измерения квантовых систем активно обсуждаются в течение последних

десяти лет ввиду того, что, во-первых, в них в наибольшей степени проявляется специфика квантовой теории и, во-вторых, они становятся все более актуальными с практической точки зрения [1–12]. Много лет назад было показано теоретически [13–16], а недавно подтверждено экспериментально [17], что повторные измерения дискретной наблюдаемой приводят к замораживанию системы в исходном состоянии (так называемый квантовый эффект Зенона). Однако, если точность каждого из повторяемых измерений невелика, то их влияние на измеряемую систему является более мягким, так что непрерывно измеряемая система не замораживается [2, 9]. Недавно было показано [18, 19], что с помощью мягкого непрерывного квантового измерения (НКИ) можно осуществить мониторинг квантового перехода, и был предложен конкретный эксперимент, в котором переход между двумя уровнями атома под действием резонансного излучения отслеживается за счет наблюдения серии рассеяний электронов на атоме. Вместо рассеяния электронов можно на самом деле использовать серию коротких и слабых взаимодействий атома с любой вспомогательной системой. Аналогичным образом можно проводить мониторинг других квантовых явлений. Таким образом, мягкие НКИ представляют собой новый инструмент экспериментального исследования квантовых процессов, способный проникать в них глубже, чем считалось возможным.

Мы очертим эти новые возможности в конце статьи. А начнем с теоретического анализа квантового измерения вообще и НКИ, в частности. Проанализируем явление декогеренции квантовой системы, т.е. процесс, ведущий к появлению у этой системы классических черт и к записи информации о системе в окружающей среде [12]. Явление декогеренции имеет место при любом измерении и играет решающую роль в динамике

¹ Звездочками отмечены разделы, которые можно пропустить при первом чтении.

М.Б. Менский. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
117924 Москва, Ленинский просп. 53, Россия
Тел. (095) 132-62-19
Факс (095) 938-22-51
E-mail: mensky@sci.lebedev.ru

Статья поступила 21 апреля 1998 г.

системы, подвергающейся повторным измерениям или НКИ².

На простом примере мы увидим, как происходит измерение квантовой системы в процессе взаимодействия ее с окружением и почему это взаимодействие неизбежно ведет к декогеренции измеряемой системы. Кратко обсудим две модели квантовой диффузии, т.е. непрерывного слежения за координатой квантовой частицы.

Затем представим различные феноменологические подходы к НКИ, позволяющие изучать их, не обращаясь к конкретным моделям окружающей (измеряющей) среды.

Особенно детально обсудим феноменологический подход, основанный на ограниченных интегралах по путям (квантовых коридорах), эффективно сводящийся к уравнению Шрёдингера с комплексным гамильтонианом. На основе этого подхода затем проанализируем непрерывное измерение энергии многоуровневой и более детально — двухуровневой системы и покажем, что такое измерение позволяет осуществлять мониторинг квантового перехода (осцилляций Раби).

С первых лет после появления квантовой механики активно обсуждался и до сих пор продолжает обсуждаться вопрос о взаимоотношении между квантовым и классическим описаниями физических процессов. Вопрос этот оказался трудным в силу качественных различий между квантовой и классической картинами физических систем и явлений. Главным различием является, по-видимому, наличие в квантовой теории принципа суперпозиции для состояний "корпускулярных" систем, для которых в классической физике суперпозиция невозможна. Из-за этого недостаточным оказывается простое утверждение, что классическая теория дает приближенное описание того, что более точно представляется квантовой теорией. Нильс Бор считал, что полное описание физических явлений должно включать в себя кроме квантовых также и классические элементы.

Квантовая механика предполагает, что наряду с любыми двумя состояниями квантовой системы $|\psi_1\rangle$, $|\psi_2\rangle$ может существовать также и их квантомеханическая (или, как иногда говорят, когерентная) суперпозиция $|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$. Однако, если состояния $|\psi_1\rangle$, $|\psi_2\rangle$ очень сильно различаются, как говорят, классически различимы (например, описывают состояния элементарной частицы, локализованной в далеких друг от друга точках), то суперпозиция их в обычных условиях не наблюдается. Такие состояния можно назвать некогерентными.

Если говорить точнее, то суперпозицию макроскопически различимых состояний создать можно, но для того, чтобы она сохранилась в течение некоторого времени, необходимо полностью изолировать систему. Даже очень слабое взаимодействие ее с окружением (environment) очень быстро превращает суперпозицию $|\psi\rangle$ в одно из устойчивых состояний $|\psi_1\rangle$ или $|\psi_2\rangle$. При

этом нельзя точно сказать, в какое именно, заранее известны лишь соответствующие вероятности $|c_1|^2$ и $|c_2|^2$. Такое превращение есть простейший пример *декогеренции* (decoherence). Еще классики квантовой механики рассматривали этот процесс под именем редукции или коллапса. В наше время природа его понята, изучается динамика этого процесса, его развертывание во времени.

Два десятилетия назад процесс декогеренции представлял лишь теоретический интерес. Однако в настоящее время экспериментальная техника, например в области квантовой оптики [20], достигла такого уровня, что образование суперпозиции макроскопически различимых состояний и последующий процесс декогеренции можно наблюдать [21, 22]. Более того, учет процессов декогеренции становится все более актуальным, потому что он необходим для корректного описания квантовых систем, взаимодействующих с окружением (открытых).

В частности, процессы декогеренции важны для теории и конструирования квантовых компьютеров [23, 24]. Квантовый компьютер — это устройство, которое может реализовывать параллельные вычисления за счет того, что вычислительные процедуры производятся в нем с квантовой суперпозицией, содержащей огромное число слагаемых.

В квантовых компьютерах (элементы которых уже реализованы на практике) декогеренция играет двойную роль. В процессе вычислений декогеренция является паразитным процессом, поскольку следует предотвратить распад суперпозиции. Однако после того, как вычисления завершены, результат их следует вывести из квантового компьютера и записать в классической (т.е. вполне устойчивой, неизменной) форме. Это делается посредством соответствующего измерения состояния компьютера как квантовой системы. Другими словами, компьютер приводится во взаимодействие со специальным устройством (играющим роль измерительного прибора). Этот прибор измеряет некоторые параметры состояния компьютера, тем самым вызывая декогеренцию его состояния. В этом случае декогеренция вызывается намеренно.

Гипотетические квантовые компьютеры — это устройства, в которых декогеренция играет решающую роль. Однако она важна и во многих других квантовых устройствах. Явление декогеренции возникает в тех случаях, когда происходит (намеренно или нет) взаимодействие квантовой системы с окружающей средой и состояние системы так или иначе отражается на состоянии этой среды. При этом, наблюдая состояние окружающей среды, можно получить некоторую информацию о состоянии системы. Можно сказать, следовательно, что взаимодействие системы с ее окружением приводит к измерению системы. При этом полученная информация записывается в окружении. Говорят, что произошло измерение квантовой системы. Окружение, производящее измерение, может быть создано намеренно (измерительный прибор или измеряющая среда), но во многих случаях оно существует независимо от воли экспериментатора и часто играет негативную роль, приводя к особому рода диссипации.

Существенно, что при таком взаимодействии с измеряющей средой происходит неизбежная модификация состояния квантовой системы, ее декогеренция. Оказывается, возможно описать поведение измеряемой кван-

² В англоязычной литературе для этого явления принят термин "decoherence". В русскоязычной литературе терминология не установилась и иногда используется несколько неудобное слово "декогерентизация". Мы считаем, что термин "декогеренция" вполне приемлем с точки зрения грамматики по аналогии с тем, как английскому слову "interference" соответствует русское "интерференция".

товой системы с учетом ее декогеренции, не обращаясь к явному описанию измеряющей среды. Обратное влияние среды учитывается при этом неявно. Это значит, что измеряемая система рассматривается как открытая, а ее эволюция описывается феноменологически.

Феноменологическая теория непрерывно измеряемых квантовых систем представляет собой обобщение "традиционной" квантовой механики, существенно расширяющее ее возможности. Эта теория является замкнутой и обладает внутренней красотой.

Таким образом, ответы на вопросы "как происходит квантовое измерение?" и "как ведет себя непрерывно измеряемая система?" ведут к теории открытых непрерывно измеряемых квантовых систем.

Из общего курса квантовой механики известно, что измерение квантовой системы описывается постулатом редукции фон Неймана, который в простейшем случае описывается схемой

$$c_1|1\rangle + c_2|2\rangle \rightarrow \begin{cases} |1\rangle, & p_1 = |c_1|^2, \\ |2\rangle, & p_2 = |c_2|^2. \end{cases}$$

В этой схеме $|1\rangle$ и $|2\rangle$ — состояния, соответствующие определенному результату измерения. Согласно постулату редукции, тот или иной результат измерения возникает случайно с соответствующими вероятностями p_1 и p_2 , а система переходит в соответствующее состояние. Этот мгновенный переход, который принципиально не может быть описан уравнением Шрёдингера, носит название редукции или коллапса состояния системы. Математически редукцию можно описать как проектирование исходного вектора состояний на подпространство векторов, пропорциональных $|1\rangle$, или, альтернативно, на подпространство векторов, пропорциональных $|2\rangle$.

В более общем случае измерение описывается набором проекторов P_i , где индекс i нумерует альтернативные результаты измерения. Если измерение дает i -й результат, то исходное состояние $|\psi\rangle$ после измерения переходит в $|\psi_i\rangle = P_i|\psi\rangle$, т.е. редукция состояния описывается соответствующим проектором. Вероятность того, что измерение даст i -й результат, равна³

$$p_i = \|\psi_i\|^2 = \langle \psi_i | \psi_i \rangle = \langle \psi | P_i | \psi \rangle. \quad (1)$$

Эта простейшая схема описания измерения приводит к ряду вопросов, первый из которых: как и почему происходит коллапс? Ответ на него искали многие авторы. Обсуждение продолжается и до сих пор (в качестве примеров этого обсуждения в русскоязычной литературе см. [25, 26, 10, 11]). Прекрасный обзор литературы по этому вопросу можно найти в недавно вышедшей книге [12]. Весьма ясный анализ механизма возникновения коллапса был дан в работах Зурека [27, 28], в которых он ввел удачный термин: суперотбор, индуцированный окружением. Мы по возможности

кратко рассмотрим этот вопрос и ответ на него в разделе 2.1.

Второй вопрос возникает, если рассмотреть серию последовательно проводимых квантовых измерений, каждое из которых описывается редукцией фон Неймана. Как ведет себя система, подвергающаяся серии таких мгновенных измерений? Как меняется это поведение, если интервалы между последовательными измерениями стремятся к нулю, так что измерение становится непрерывным? Обсуждению этих вопросов и посвящена большая часть данной работы.

В процессе рассмотрения этих вопросов было обнаружено, что повторные фон-неймановские измерения наблюдаемой с дискретным спектром (например, измерение энергии многоуровневой системы) ведут к подавлению квантовых переходов. В случае непрерывного измерения система полностью замораживается в одной точке спектра. Это явление, вызвавшее большой интерес, получило название квантового парадокса (или эффекта) Зенона [13–16].

Парадокс Зенона указывает на то, что непрерывное измерение может приводить к тривиализации, исчезновению динамики. Но всегда ли это происходит? Оказывается, далеко не всегда. Во-первых, замораживания системы не происходит, если измеряется наблюдаемая с непрерывным спектром. Во-вторых, даже в случае дискретного спектра динамика остается нетривиальной, если производится не слишком точное (мягкое) измерение. С этой точки зрения слишком точное измерение квантовой системы невыгодно, и это одно из проявлений парадоксального характера квантовой механики.

Динамика квантовой системы, подвергающейся непрерывному измерению, — это новый тип динамики, более общий, чем та, что описывается обычным уравнением Шрёдингера. Она учитывает диссипацию, происходящую за счет влияния окружающей среды. Это динамика открытых квантовых систем.

Открытые (непрерывно измеряемые) квантовые системы можно описывать различными способами. Подробнее различные подходы к этой задаче будут охарактеризованы ниже. Сейчас же мы лишь перечислим некоторые из них.

— Модель измерения, включающая в себя основную квантовую систему \mathcal{S} , ее окружение (или измерительный прибор) \mathcal{M} и взаимодействие между ними.

— Уравнение для матрицы плотности системы \mathcal{S} , получаемое после суммирования по степеням свободы окружения \mathcal{M} (частный случай уравнения Линдблада).

— Ограниченные интегралы по путям (квантовые коридоры), которые можно свести к уравнению Шрёдингера с комплексным гамильтонианом.

— Стохастическое уравнение Шрёдингера.

Сделаем еще два замечания концептуального характера. Теория открытых непрерывно измеряемых систем позволяет пролить новый свет на старый вопрос: замкнута ли квантовая механика? Ответ оказывается положительным, если иметь в виду фейнмановскую версию квантовой механики, идейно чрезвычайно богатую. Это богатство позволяет не вводить квантовую теорию измерений как отдельный, независимый постулат, а вывести ее из фейнмановской формы квантовой механики.

Феноменология непрерывно измеряемых систем приводит к выводу о динамической роли информации в

³ Обычно для описания состояния после измерения пользуются нормированным вектором, однако мы предпочитаем использовать вектор $|\psi_i\rangle$, так как в этом случае редукция описывается чрезвычайно просто, а норма результирующего вектора равна вероятности соответствующего результата измерения. Такое описание дает существенные преимущества при рассмотрении повторных измерений.

следующем смысле. Динамика измеряемой системы определяется, разумеется, характером измеряющей среды и ее взаимодействия с системой. Однако все существенные черты динамики можно восстановить, зная лишь, какая информация о системе записана в окружающей ее среде. Информация определяет динамику.

2. Измерение квантовой системы ее окружением

В этом разделе рассмотрим физически более наглядные "прямые" способы описания измерения квантовой системы, а в следующем перейдем к более абстрактным феноменологическим описаниям, имеющим, однако, преимущество универсальности, независимости от модели.

2.1. Суперотбор, индуцированный окружением

Мы уже упоминали, что поведение квантовой системы при измерении (разумеется, идеализированном) описывается постулатом редукции фон Неймана [29]. Рассмотрим очень схематично, какова физическая природа редукции (коллапса) состояния. Для того, чтобы проиллюстрировать основную идею, нам достаточно будет проанализировать простейший тип измерения, в котором происходит выбор между двумя альтернативами. Пусть, например, измеряется наблюдаемая A , которая может иметь одно из двух значений a' , a'' . Тогда в результате измерения система с соответствующими вероятностями может перейти в одно из собственных состояний данной наблюдаемой:

$$|\psi\rangle = c'|a'\rangle + c''|a''\rangle \rightarrow \begin{cases} |a'\rangle, & p_1 = |c'|^2, \\ |a''\rangle, & p_2 = |c''|^2. \end{cases} \quad (2)$$

То же самое изменение состояния, выраженное в терминах матрицы плотности, записывается как переход матрицы плотности $\rho_0 = |\psi\rangle\langle\psi|$ чистого состояния в матрицу плотности смешанного состояния:

$$\rho_0 = \begin{pmatrix} |c'|^2 & c'c''^* \\ c'^*c'' & |c''|^2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} |c'|^2 & 0 \\ 0 & |c''|^2 \end{pmatrix} = \rho. \quad (3)$$

Результирующая матрица плотности ρ содержит ту же информацию, что и правая часть (2), включая информацию о вероятностях перехода.

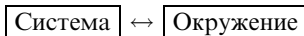
Физический процесс, ведущий к переходу (3), называется декогеренцией. Его результатом является превращение суперпозиции некоторого набора состояний в смесь тех же состояний. Знаком декогеренции является исчезновение недиагональных элементов матрицы плотности:

$$\langle a'|\rho|a''\rangle = \langle a''|\rho|a'\rangle = 0. \quad (4)$$

После измерения суперпозиция состояний $|a'\rangle$ и $|a''\rangle$ становится невозможной, может существовать лишь одно из них без примеси другого. Говорят, что возникает *суперотбор* — запрет на суперпозицию состояний из заданного семейства подпространств (в выбранном примере это два одномерных подпространства).

Рассмотрим теперь физический механизм, ведущий к декогеренции и суперотбору. Он заключается во взаимо-

действии измеряемой системы с ее окружением (измерительным аппаратом) согласно схеме



Взаимодействие приводит к переплетению, квантовой корреляции (entanglement) двух систем, так что в состоянии одной из них содержится информация о состоянии другой. Вот как это происходит.

Мы уже упоминали, что ситуация, эквивалентная измерению квантовой системы, возникает часто даже в том случае, если измерение не было специальной целью экспериментатора. Тем не менее для простоты терминологии будем говорить о приборе M , который измеряет систему S . Предположим, что перед взаимодействием прибор находится в состоянии $|\phi_0\rangle$. Взаимодействие двух систем называется измерением в том случае, когда оно ведет к специфической корреляции этих систем, так что нужная информация о состоянии одной из них записывается в состоянии другой. В нашем случае взаимодействие двух подсистем должно переводить состояние $|a'\rangle|\phi_0\rangle$ составной системы в $|a'\rangle|\phi'\rangle$, а состояние $|a''\rangle|\phi_0\rangle$ — в $|a''\rangle|\phi''\rangle$. Тогда по состоянию прибора после измерения можно судить о состоянии измеряемой системы.

Пусть составная система, содержащая S и M в качестве подсистем, находится перед измерением в состоянии $|\Psi_0\rangle = |\psi\rangle|\phi_0\rangle$, где $|\psi\rangle$ — то состояние измеряемой системы, которое обсуждалось выше. Тогда взаимодействие двух подсистем ведет к следующему изменению состояния составной системы:

$$|\Psi_0\rangle = |\psi\rangle|\phi_0\rangle = (c'|a'\rangle + c''|a''\rangle)|\phi_0\rangle \rightarrow \\ \rightarrow c'|a'\rangle|\phi'\rangle + c''|a''\rangle|\phi''\rangle = |\Psi\rangle. \quad (5)$$

Подчеркнем, что в отличие от редукции состояния (2) или (3) переход (5) происходит в силу обычной квантовомеханической эволюции, т.е. может быть описан уравнением Шрёдингера. Результатом этой эволюции является состояние $|\Psi\rangle$ составной системы, в котором подсистемы S и M переплетены, между ними установлена квантовая корреляция.

Строя матрицу плотности $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ составной системы после измерения и вычисляя от нее след по всем степеням свободы прибора, получаем матрицу плотности измеряемой системы:

$$\rho = \text{Tr}_\phi |\Psi\rangle\langle\Psi| = |c'|^2|a'\rangle\langle a'| + |c''|^2|a''\rangle\langle a''| + \\ + \langle\phi''|\phi'\rangle c'c''^*|a'\rangle\langle a''| + \langle\phi'|\phi''\rangle c''^*c'|a''\rangle\langle a'|. \quad (6)$$

В этом выражении недиагональные матричные элементы отличны от нуля. Однако следующее рассуждение показывает, что они на самом деле пренебрежимо малы, т.е. условие (4) выполняется с большой точностью.

Обязательным свойством измерительного прибора является большое (макроскопическое) число степеней свободы, а также то, что состояния, соответствующие различным результатам измерения (в нашем случае $|\phi'\rangle$ и $|\phi''\rangle$) являются "макроскопически различимыми". Это значит, что соответствующие волновые функции зависят от очень многих переменных и отличаются своими функциональными зависимостями от большого числа этих переменных. При этом скалярное произведение таких волновых функций практически равно нулю

(точнее — экспоненциально мало с показателем степени порядка -10^{23}). Причина этого в том, что скалярное произведение представляет собой интеграл по огромному (макроскопическому) числу переменных. При этом даже если интеграл по каждой переменной дает множитель, лишь немного меньше единицы, полный кратный интеграл будет близок к нулю. Таким образом, с большой степенью точности имеет место равенство

$$\langle \phi' | \phi'' \rangle = \langle \phi'' | \phi' \rangle = 0. \quad (7)$$

Это приводит к тому, что недиагональные члены матрицы плотности исчезают и она принимает вид

$$\rho = \text{Tr}_\phi |\Psi\rangle\langle\Psi| = |c'|^2 |a'\rangle\langle a'| + |c''|^2 |a''\rangle\langle a''| \quad (8)$$

в соответствии с уравнением (4). Так при измерении возникает декогеренция или суперотбор. Суть этого явления была понята довольно давно (см., например, прекрасные работы [30–32]). Зурек углубил его анализ и дал ему удачное название: *суперотбор, индуцированный окружением* (environment-induced superselection) [28].

Мы не рассматривали детально процесс взаимодействия измеряемой системы с ее окружением, приводящий к переходу (5). Рассмотрение соответствующих моделей (см. [12] и цитированную в ней литературу) показывает, что декогеренция возникает (т.е. недиагональные члены вымирают) экспоненциально быстро в соответствии с формулой

$$|\langle a'' | \rho(t) | a' \rangle|^2 \sim \exp[-\kappa(a'' - a')^2 t]. \quad (9)$$

Это происходит по мере того, как все больше и больше степеней свободы окружения переплетается с измеряемой системой. Как видно из уравнения (9), характерное время декогеренции t_d обратно пропорционально квадрату разности между измеренными значениями наблюдаемой:

$$t_d \sim (a'' - a')^{-2}. \quad (10)$$

Это, между прочим, объясняет, почему так трудно, практически невозможно получить суперпозицию двух состояний частицы, локализованных в удаленных друг от друга точках. Такая суперпозиция, если она и возникнет, за очень короткое время подвергнется декогеренции под влиянием взаимодействия с окружающей средой, от которой невозможно полностью изолироваться.

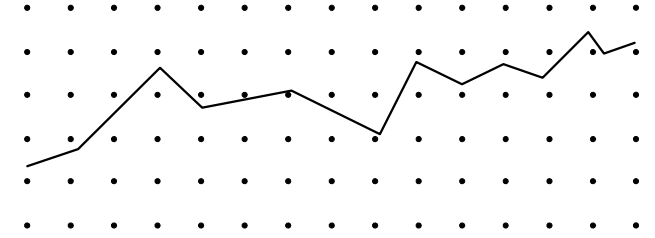
2.2. Модели непрерывных измерений

Физически наиболее прозрачным подходом к описанию квантового измерения, в том числе и непрерывного, является рассмотрение той или иной модели измерительного процесса в соответствии с общей схемой, очерченной в разделе 2.1. Модель должна включать в себя основную квантовую систему \mathcal{S} , ее окружение \mathcal{M} и взаимодействие между ними. Если явно учитывается макроскопическое число степеней свободы окружения, то модель оказывается достаточно сложной.

Было предложено множество различных моделей квантовых измерений (см., например, [33, 34, 30, 31, 35, 28, 36–38, 4, 3, 39, 7, 40, 12]). Не входя в детали, опишем и сравним друг с другом две модели одного и того же непрерывного измерения, а именно, слежения за положением точечной частицы. Первая из этих моделей строилась как теория квантовой диффузии [36]. Рассматривалась точечная квантовая частица, взаимодействующая с атомами кристаллической решетки, как схематически показано на следующей диаграмме:

Рассматривалась точечная квантовая частица, взаимодействующая с атомами кристаллической решетки, как схематически показано на следующей диаграмме:

Декогеренция модами кристалла (Caldeira & Leggett, 1983)



В нашей терминологии частица — это измеряемая система \mathcal{S} , а кристалл — ее окружение \mathcal{M} . В результате такого взаимодействия возникает корреляция между положением частицы и состоянием кристалла (или, на другом языке, состоянием фононов, представляющих движение атомов кристалла). Частица при этом подвергается декогеренции, ее состояние описывается матрицей плотности, а временная эволюция определяется уравнением⁴

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \frac{1}{2} \kappa [\mathbf{r}, [\mathbf{r}, \rho]], \quad (11)$$

где коэффициент

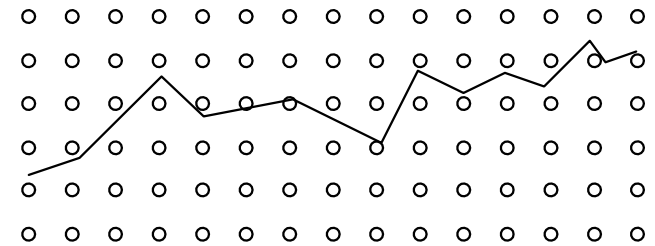
$$\kappa = \frac{2\eta k_B T}{\hbar^2} \quad (12)$$

зависит от температуры кристалла T и коэффициента трения η , того самого, который входит в классическое уравнение движения частицы в среде:

$$m\ddot{\mathbf{r}} + \eta\dot{\mathbf{r}} + V'(\mathbf{r}) = F(t). \quad (13)$$

Другая модель движения частицы через среду была построена специально для того, чтобы описать непрерывное измерение положения частицы [40, 41]. В этой модели предполагалось, что при взаимодействии с частицей возбуждаются внутренние степени свободы атома и декогеренция происходит за счет взаимодействия с этими степенями свободы, а не с модами, описывающими смещение атомов. Условно эту модель можно представить следующей диаграммой:

Декогеренция внутренней структурой атомов (Konetchnyi, Mensky & Namiot, 1993)



⁴ В работе [36] выведено более общее уравнение. Мы выписываем его упрощенную форму, которая имеет место при определенных ограничениях на параметры системы.

Такая модель тоже приводит к уравнению вида (11), однако коэффициент

$$\kappa = \frac{2}{\lambda^2 \tau} \quad (14)$$

в этом случае зависит от того, на каком расстоянии λ атом реагирует на частицу и в течение какого времени τ возбужденный пролетом частицы атом приходит в равновесие. При определенных условиях этот второй механизм декогеренции (внутренними степенями свободы атомов) должен играть доминирующую роль.

Для дальнейшего важно, что обе модели ведут к уравнению для матрицы плотности (11), в котором эффект декогеренции представляется двойным коммутатором матрицы плотности с измеряемой наблюдаемой (в данном случае — положением частицы). Как показано в разделе 3, такого рода уравнение, представляющее собой феноменологическое описание непрерывного квантового измерения, может быть выведено и без обращения к модели измерения.

3. Феноменология непрерывно измеряемых систем

Как показано в разделе 2, поведение измеряемой системы под действием непрерывного измерения можно вывести из рассмотрения модели окружающей среды. Однако можно и не вводить такой модели явно, а вместо этого учесть влияние окружения неявно, в соответствии со схемой

$$\boxed{\text{Система}} \leftrightarrow$$

Обсудим различные подходы к такому феноменологическому описанию непрерывных квантовых измерений (НКИ) и более подробно остановимся на методе ограниченных интегралов по путям.

3.1. Разные подходы к описанию непрерывного измерения

Можно моделировать НКИ серией повторных мгновенных измерений, каждое из которых описывается проектором фон Неймана. Эволюция системы между двумя измерениями описывается уравнением Шрёдингера или (эквивалентно) унитарным оператором эволюции. Это дает следующий закон эволюции между моментами времени t_0 и $t = t_N$:

$$|\psi(t)\rangle = U(t_N, t_{N-1}) P_{i_{N-1}} U(t_{N-1}, t_{N-2}) \dots U(t_3, t_2) P_{i_2} U(t_2, t_1) P_{i_1} U(t_1, t_0) |\psi(t_0)\rangle. \quad (15)$$

Результат серии измерений представляется последовательностью чисел $\{i_1, i_2, \dots, i_{N-1}\}$. Видно, что эволюция измеряемой системы зависит от этих чисел, т.е. от результата серии измерений. Такое описание можно сделать более реалистичным, если мгновенное измерение представлять не проекторами фон Неймана, а их обобщениями — положительными операторами. Спектр возможных результатов измерения можно сделать в этом случае непрерывным.

Из такого формализма, справедливого для повторных измерений, путем предельного перехода можно получить аппарат для исследования НКИ (см., наприм-

ер, [42, 2, 43]). Результирующий подход является феноменологическим и не требует явной модели измерительной среды. Непрерывно измеряемая система предполагается при этом открытой, но влияние на нее окружения учитывается неявным образом.

Существует целый ряд феноменологических подходов, которые сразу ведут к непрерывному измерению, не требуя представления его в виде повторного измерения с последующим переходом к пределу. Перечислим основные из них.

1. Уравнение для матрицы плотности непрерывно измеряемой системы \mathcal{S} можно записать в виде

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \frac{1}{2} \kappa [A, [A, \rho]], \quad (16)$$

где H — гамильтониан измеряемой системы, A — наблюдаемая этой системы, которая непрерывно измеряется, т.е. информация о которой "записывается" в состоянии окружения, а константа κ характеризует силу взаимодействия между измеряемой системой и ее окружением. Уравнение (16) является частным случаем уравнения Линдблада [44], описывающего более общий класс открытых систем. Мы видели в разделе 2.2, что уравнение такого типа можно вывести из рассмотрения модели взаимодействия системы с ее окружением. Однако в работе [44] уравнение Линдблада было выведено без обращения к конкретной модели из предположения о марковском характере процесса. Интерпретация частного случая (16) уравнения Линдблада, как описывающего непрерывное измерение, может быть обоснована либо моделями измерения, либо с помощью ограниченных интегралов по путям (см. п. 2).

2. Ограниченные интегралы по путям или квантовые коридоры [9] сводят описание непрерывно измеряемой системы \mathcal{S} к уравнению Шрёдингера с комплексным гамильтонианом

$$|\dot{\psi}\rangle = \left[-\frac{i}{\hbar} H - \kappa (A - a(t))^2 \right] |\psi\rangle. \quad (17)$$

В нем $a(t)$ обозначено значение наблюдаемой A в момент времени t , найденное в процессе непрерывного измерения. Таким образом, это описание непрерывного измерения, в отличие от уравнения Линдблада, является селективным: оно учитывает, какой результат измерения получен, т.е. какая информация записана в окружении (несмотря на то, что никакой модели окружения в данном подходе не рассматривается). Это информационный подход, показывающий, что динамика измеряемой системы определяется не деталями окружения, а только той информацией, которая в нем записывается. Уравнение (16) можно вывести из (17), определенным образом суммируя по всем возможным кривым $a(t)$. Этот подход детально рассмотрен в разделе 3.2.

3. Стохастическое уравнение Шрёдингера для непрерывно измеряемой системы

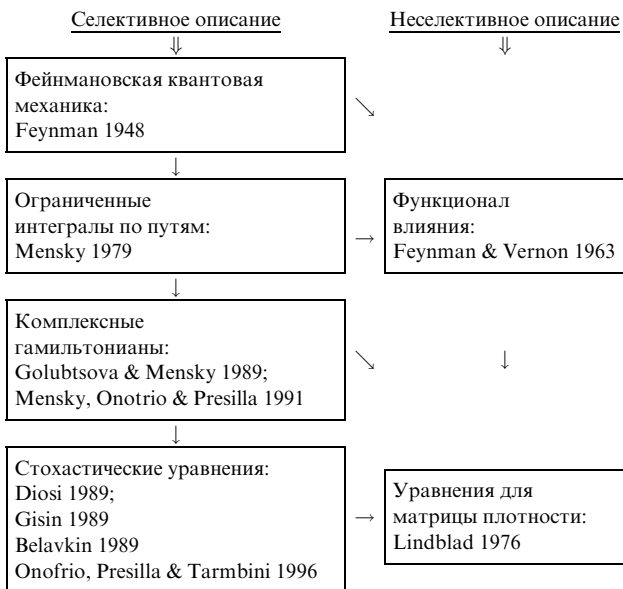
$$d|\psi\rangle = \left[-\frac{i}{\hbar} H - \kappa (A - \langle A \rangle)^2 \right] |\psi\rangle dt + \sqrt{\kappa} (A - \langle A \rangle) |\psi\rangle dw \quad (18)$$

может быть выведено [45] из уравнения с комплексным гамильтонианом (17). В стохастическом уравнении w —

это случайная величина типа броуновского блуждания (белый шум), характеризующая влияние окружения. Дифференциал этой величины, входящий в уравнение, удовлетворяет соотношению $dw^2 = dt$, что отражает свойства броуновского блуждания (среднее отклонение пропорционально корню из промежутка времени). Предлагались и другие стохастические уравнения [46–48], дающие в качестве следствия уравнение Линдблада (16). Трудность состоит в том, что стохастическое уравнение не может быть однозначно выведено из уравнения Линдблада. Уравнение (18) имеет то преимущество, что оно следует из уравнения с комплексным гамильтонианом (17), которое в свою очередь выводится из первых принципов. В работе [49] и последующих работах этих авторов шум в стохастическом уравнении интерпретировался иначе, не как результат влияния окружения, а как самостоятельно существующий фундаментальный физический процесс, названный спонтанной локализацией.

Отношения между различными феноменологическими подходами к НКИ можно проиллюстрировать следующей схемой.

Квантовая механика открытых измеряемых систем



На этой схеме подчеркнута разница между селективным и неселективным описанием НКИ. Селективное описание является более детальным. В нем представляется эволюция измеряемой системы лишь при одном из множества альтернативных результатов измерения. При таком описании состояние измеряемой системы остается чистым (если, конечно, оно было чистым перед началом измерения). В уравнении с комплексным гамильтонианом альтернатива задается функцией $a(t)$, имеющей прямой физический смысл — результата слежения за наблюдаемой A . В стохастическом уравнении альтернатива задается случайной функцией w .

Неселективное описание представляет эволюцию системы, подвергающейся измерению, независимо от результата измерения. При таком описании учитываются все возможные результаты измерения и предполагается неизвестным, какой именно результат дало измерение. Поэтому неселективное описание (уравнение для матрицы плотности) можно получить из селектив-

ного описания суммированием по альтернативам (см., например, [50]). Обратный переход от неселективного (менее детального) описания к селективному (более детальному) является неоднозначным и требует каких-то дополнительных принципов для снятия неопределенности. Логические связи между разными подходами, возможность вывести один подход из другого представлены стрелками на схеме (см. также раздел 3.5).

3.2. Ограниченные интегралы по путям (квантовые коридоры)

Рассмотрим более детально метод ограниченных интегралов по путям (ОИП) для описания непрерывных квантовых измерений. В этом подходе открытая непрерывно измеряемая система описывается (в отличие от замкнутой) не одним унитарным оператором эволюции, а целым семейством парциальных операторов эволюции (пропагаторов) в соответствии с множеством альтернативных результатов измерения. Каждый результат измерения определяет один канал квантовой эволюции при помощи соответствующего парциального пропагатора. Лишь все эти каналы (т.е. все пропагаторы) вместе дают полное описание динамики открытой непрерывно измеряемой системы.

3.2.1. Основные принципы. Исходным пунктом для построения метода ОИП является фейнмановская версия квантовой механики, использующая формализм интегралов по путям. Фейнмановские интегралы по путям удобны для разработки основных принципов подхода, потому что представляют собой прекрасный инструмент для концептуального анализа. Однако после формулировки основ теории легко перейти к математически более простому формализму уравнений Шрёдингера с комплексным гамильтонианом. Для конкретных вычислений можно использовать это уравнение, не обращаясь уже к интегралам по путям.

В фейнмановской формулировке квантовой механики амплитуда перехода системы из одной точки конфигурационного пространства в другую (пропагатор системы) представляется в виде интеграла по путям

$$U_T(q'', q') = \int d[q] \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[q]\right) = \int d[p] d[q] \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int_0^T (p\dot{q} - H(p, q, t))\right]. \quad (19)$$

Здесь $S[q]$ — классическое действие рассматриваемой системы, которое можно выразить как интеграл вдоль данного пути от лагранжиана:

$$S[q] = \int_0^T dt L(q, \dot{q}, t), \quad (20)$$

а H — ее гамильтониан. Первый из интегралов в (19) — это интеграл по путям в конфигурационном пространстве (которое может быть многомерным), а второй — интеграл по путям в соответствующем фазовом пространстве. Оба интеграла равны друг другу, и для описания замкнутой системы можно использовать любой из них. Однако для перехода к описанию непрерывно измеряемой системы в общем случае требуется интеграл по путям в фазовом пространстве.

Оператор U_t с ядром (19), т.е. имеющий матричные элементы

$$\langle q'' | U_t | q' \rangle = U_t(q'', q'), \quad (21)$$

является оператором эволюции, т.е. описывает эволюцию системы в соответствии с уравнениями

$$|\psi_t\rangle = U_t |\psi_0\rangle, \quad \rho' = U_t \rho_0 U_t^\dagger. \quad (22)$$

Как известно, вектор $|\psi_t\rangle$ можно найти, решив уравнение Шрёдингера с начальным условием $|\psi_0\rangle$. Классический гамильтониан системы H является вещественным, а соответствующий квантовый оператор — эрмитовым. Поэтому оператор эволюции U_t унитарен,

$$U_t^\dagger U_t = \mathbf{1}, \quad (23)$$

а вектор $|\psi_t\rangle$ имеет единичную норму (если, конечно, начальный вектор $|\psi_0\rangle$ нормирован на единицу).

Чтобы перейти к описанию непрерывного измерения, следует вспомнить, какова концептуальная основа фейнмановского представления (19) для пропагатора. Согласно идеологии Фейнмана, экспонента, стоящая под знаком интеграла по путям, является амплитудой вероятности того, что система переходит из начальной точки в конечную вдоль заданного пути (имеется в виду путь в конфигурационном или в фазовом пространстве). Поскольку неизвестно, вдоль какого именно пути происходит переход, для получения полной амплитуды перехода следует просуммировать (проинтегрировать) по всем возможным путям, что и приводит к выражению (19).

Однако последнее рассуждение справедливо лишь в том случае, когда действительно принципиально невозможно выяснить, вдоль какого пути распространяется система. В случае, если система замкнута, дело обстоит именно таким образом. Ситуация меняется, если система открыта, т.е. как-то взаимодействует со своим окружением. В этом случае состояние окружения под влиянием взаимодействия меняется, причем изменение зависит от состояния системы. Наблюдая, как меняется состояние окружающей среды, можно получить некоторые сведения о том, как эволюционирует система, вызвавшая эти изменения. В частности, это дает частичную информацию о том, вдоль какого пути распространялась система. В этом случае интеграл по путям следует ограничить теми путями, которые совместимы с полученной информацией.

Так возникает ограниченный интеграл по путям (ОИП). Идея его применения к непрерывным измерениям была кратко сформулирована Фейнманом в его оригинальной работе [51]. Этот подход был развит технически и концептуально в работах автора [52, 53, 2, 9] (см. также [54, 55, 42, 56]). Можно отметить два главных направления, в которых удалось продвинуться существенно дальше, чем это сделано в работе Фейнмана: 1) формализм ОИП был развит для произвольного непрерывного измерения, а не только для непрерывного слежения за координатами системы, и 2) стало понятно, что вычисление ОИП дает не только распределение вероятностей для разных результатов измерения, но и картину эволюции измеряемой системы (что, в свою очередь, позволило уточнить первоначальные выводы о распределении вероятностей).

Дальнейшие рассуждения проще всего провести, отталкиваясь от простейшего примера непрерывного измерения. Предположим, что это измерение представляет собой слежение за положением системы в конфигурационном пространстве (для наглядности можно думать об измерении положения движущейся частицы). Тогда в каждый момент времени t измерение дает некоторую оценку положения, т.е. точку $a(t)$ в конфигурационном пространстве. Полностью результат измерения выражается кривой $[a] = \{a(t) | 0 \leq t \leq T\}$. Поскольку точность измерения не может быть бесконечной, результат измерения $[a]$ дает лишь ограниченную информацию о положении системы в каждый момент времени. Именно, он означает, что в произвольный момент времени t система находилась в некоторой окрестности точки $a(t)$. Величина этой окрестности зависит от погрешности измерения Δa . Результат непрерывного измерения $[a]$ как целое определяет, следовательно, коридор в конфигурационном пространстве, в центре которого лежит кривая $[a]$, а ширина которого равна Δa (рис. 1). Очевидно, что с учетом информации, даваемой измерением, при вычислении пропагатора интеграл по путям следует ограничить этим коридором.

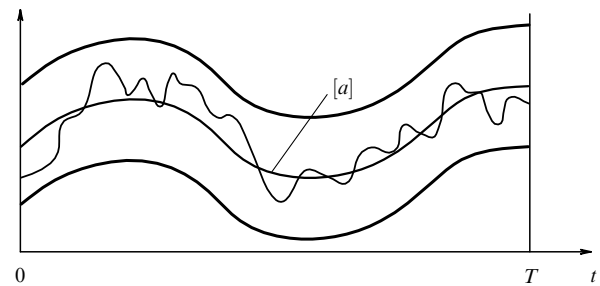


Рис. 1. Коридор, ограничивающий интегрирование по путям в случае непрерывного слежения за координатой.

В общем случае, если результат непрерывного измерения α означает, что путь $[q]$ принадлежит семейству путей I_α , то пропагатор системы следует вычислять по формуле

$$U_T^\alpha(q'', q') = \int_{I_\alpha} d[q] \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[q]\right). \quad (24)$$

Аналогично, если результат измерения α означает, что путь $[p, q]$ в фазовом пространстве принадлежит семейству путей J_α в фазовом пространстве, то выражение для пропагатора принимает вид

$$U_T^\alpha(q'', q') = \int_{J_\alpha} d[p] d[q] \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int_0^T (p\dot{q} - H(p, q, t))\right]. \quad (25)$$

Мы получаем таким образом пропагатор в виде интеграла по коридору путей. По аналогии с понятием *квантовой траектории* Кармайкла [6], можно назвать I_α или J_α *квантовым коридором*.

Коридор в конфигурационном пространстве I_α можно считать частным случаем коридора в фазовом пространстве J_α . Этот частный случай реализуется, если информация, предоставляемая результатом измерения, адекватно формулируется в терминах координат и не требует привлечения импульса. Например, это имеет

место, если измерение представляет собой слежение за координатой⁵.

Обычно информация, предоставляемая измерением, не дает возможности выделить коридор путей с четкими границами. Более адекватным является описание измерения весовым функционалом:

$$U_T^z(q'', q') = \int d[q] w_z[q] \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[q]\right) \quad (26)$$

или, в общем случае,

$$U_T^z(q'', q') = \int d[p] d[q] w_z[p, q] \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int_0^T (p\dot{q} - H(p, q, t))\right]. \quad (27)$$

В этой ситуации также можно говорить о квантовом коридоре, но это коридор с размытыми границами. Например, если непрерывно измеряется координата q и результат измерения описывается кривой $\alpha = [a]$, то функционал $w_z[q]$ должен быть равен единице для путей $[q]$, лежащих вблизи кривой $[a]$ и обращать в нуль для путей, сильно отклоняющихся от этой кривой.

Замечание 1. Еще более реалистичское описание измерения требует комплекснозначного функционала $w_z[p, q]$ вместо положительного. Это значит, что при измерении происходит не только проектирование системы на подпространство, соответствующее результату измерения, но и фаза волновой функции меняется по-разному в зависимости от результата измерения. Такое измерение не является минимальным в том смысле, что ту же информацию можно получить и без искажения фазы (тогда как проектирование является абсолютно необходимым). Однако реальные приборы могут реализовывать как раз такое неминимальное измерение. Кроме того, для некоторых целей неминимальное измерение может иметь преимущество.

Выразив тем или иным способом пропагатор $U_T^z(q'', q')$ и перейдя к соответствующему оператору эволюции U_T^z по формуле, аналогичной (21), получим закон эволюции (при условии, что проводится данное непрерывное измерение и что оно дает заданный результат) в виде

$$|\psi_T^z\rangle = U_T^z|\psi_0\rangle, \quad \rho_T^z = U_T^z\rho_0(U_T^z)^\dagger. \quad (28)$$

Теперь мы получили целое семейство *парциальных операторов эволюции* U_T^z , и эти операторы не унитарны. Вектор $|\psi_T^z\rangle$, получаемый действием такого оператора, имеет норму, меньшую единицы (даже, если исходный вектор нормирован). Матрица плотности ρ_T^z имеет след, меньший единицы, даже если исходная матрица плотности имеет единичный след. Это обстоятельство является не случайным, потому что новые нормы дают нам распределение вероятностей различных результатов измерения. Именно, величина

$$P(\alpha) = \text{Tr} \rho_T^z = \text{Tr}(U_T^z\rho_0(U_T^z)^\dagger) \quad (29)$$

представляет собой плотность вероятности того, что измерение даст результат α . Распределение нормировано относительно некоторой меры $d\alpha$, так что

$$\int d\alpha P(\alpha) = 1. \quad (30)$$

Просуммировав (с помощью данной меры) по всем возможным результатам измерения α , можно перейти к неселективному описанию непрерывного измерения:

$$\rho_T = \int d\alpha \rho_T^z = \int d\alpha U_T^z \rho_0 (U_T^z)^\dagger. \quad (31)$$

При этом результат измерения считается неизвестным, а эволюция измеряемой системы представляется матрицей плотности. Матрица плотности ρ_T имеет единичный след при любом начальном состоянии системы ρ_0 , если только выполнено *условие обобщенной унитарности*:

$$\int d\alpha (U_T^z)^\dagger U_T^z = \mathbf{1}. \quad (32)$$

Это условие обеспечивает сохранение вероятности (30), и поэтому является обязательным для семейства парциальных операторов эволюции.

3.2.2. Мониторинг произвольной наблюдаемой. Начиная построение формализма ОИП, мы использовали в качестве примера такое непрерывное измерение, как слежение за координатой. Рассмотрим теперь более общий случай мониторинга произвольной наблюдаемой, которая может быть функцией координат, импульсов и времени: $A = A(p, q, t)$. Результат мониторинга этой наблюдаемой представляется функцией

$$[a] = \{a(t) | 0 \leq t \leq T\}. \quad (33)$$

Такой результат означает, что наблюдаемая A в произвольный момент времени t близка к $a(t)$. Иначе можно сказать, что в целом кривая $[A]$, определяемая своими значениями

$$A(t) = A(p(t), q(t), t), \quad (34)$$

близка к кривой $[a]$. Выражение "две кривые близки" является неопределенным и требует уточнения. Выберем в качестве меры близости двух кривых их среднеквадратичное отклонение

$$\langle (A - a)^2 \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T [A(t) - a(t)]^2 dt. \quad (35)$$

Определим теперь весовой функционал в формуле (27) как

$$\begin{aligned} w_{[a]}[p, q] &= \exp\left(-\kappa \langle (A - a)^2 \rangle_T\right) = \\ &= \exp\left\{-\kappa \int_0^T [A(t) - a(t)]^2 dt\right\}. \end{aligned} \quad (36)$$

Тем самым мы определенным образом конкретизировали понятие квантового коридора, описывающее наше измерение (мониторинг наблюдаемой A). Можно ска-

⁵ Отметим, что получив в результате измерения информацию о пути $[q]$, можно сделать некоторые заключения о скорости $[\dot{q}]$, однако это не дает автоматически оценки импульса, так как при квантовом режиме измерения классическое соотношение $p = m\dot{q}$ нарушается (см. [57, 9]).

зять, что мы используем для описания мониторинга *гауссов коридор*.

Мера близости двух кривых и весовой функционал могут быть выбраны по-разному, и возникающее в результате описание измерения в определенной степени зависит от этого выбора. Остановившись на некотором конкретном выборе, мы тем самым фиксируем теорию. Делая этот выбор по-разному, мы будем получать несколько различные описания для измерения, которое назвали мониторингом наблюдаемой A . Этот произвол имеет очевидную физическую интерпретацию, он соответствует произволу в том, как реализовать мониторинг физически.

Определение (36) весового функционала является простейшим с математической точки зрения. Кроме того, можно показать, что этот выбор правильно описывает поведение системы в том случае, если мониторинг реализован как серия частых и коротких (почти мгновенных) наблюдений системы, т.е. как серия слабых взаимодействий ее с некоторой другой, измеряющей системой. Однако, в принципе, можно выбрать весовой функционал иначе и описать тем самым другой класс измерительных приборов (см. замечание 1 на с. 1025).

Коэффициент κ в выражении (36) характеризует "силу измерения", его точность. Чтобы прояснить физический смысл этого параметра, можно представить его в виде

$$\kappa = \frac{1}{T\Delta a_T^2}. \quad (37)$$

Подставив это выражение для κ в (36), убедимся, что Δa_T — это погрешность непрерывного измерения, длящегося в течение времени T . Действительно, весовой функционал (36) устроен таким образом, что существенный вклад в ОИП дают только те пути, которые соответствуют функциям $A(t)$, среднеквадратичное отклонение которых от $a(t)$ не более Δa_T .

Если параметр κ с течением времени остается постоянным, то Δa_T уменьшается:

$$\Delta a_T^2 \sim \frac{1}{T}, \quad (38)$$

т.е. с ростом длительности непрерывного измерения его разрешение улучшается. Мы еще вернемся к этому явлению, рассматривая непрерывное измерение энергии. Сейчас лишь заметим, что оно ведет к экспоненциально быстрой декогеренции типа (9).

Используя гауссово определение (36) квантового коридора, можем переписать ограниченный интеграл по путям (27) в виде

$$U_T^{[a]}(q'', q') = \int d[p] d[q] \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_0^T (p\dot{q} - H(p, q, t)) dt - \kappa \int_0^T (A(p, q, t) - a(t))^2 dt \right\}. \quad (39)$$

Такой интеграл совпадает с обычным (неограниченным) фейнмановским интегралом (19), если вместо гамильтониана H подставить в него *эффективный комплексный гамильтониан*

$$H_{[a]}(p, q, t) = H(p, q, t) - i\kappa\hbar(A(p, q, t) - a(t))^2. \quad (40)$$

Это значит, что эволюция, описываемая парциальным оператором эволюции (28), эквивалентно может быть

представлена уравнением Шрёдингера с гамильтонианом (40):

$$i\dot{\psi} = -\frac{i}{\hbar} H_{[a]}|\psi\rangle = \left[-\frac{i}{\hbar} H - \kappa(A - a(t))^2 \right] |\psi\rangle. \quad (41)$$

Это уравнение описывает эволюцию измеряемой системы селективным образом, т.е. с учетом результата измерения $[a]$. Если же перейти к неселективному описанию, проинтегрировав по всем $[a]$ в соответствии с уравнением (31), то получающаяся при этом матрица плотности удовлетворяет [50] уравнению Линдблада (16).

Замечание 2. Предыдущие рассуждения справедливы в том случае, если в процессе мониторинга наблюдаемой A время фиксируется абсолютно точно (если конечной точностью определения момента времени можно пренебречь). Реально, разумеется, величина $a(t)$, получаемая в процессе мониторинга, характеризует значение наблюдаемой на некотором интервале времени, длина которого характеризует точность измерения времени или, с другой точки зрения, инерционность измерительного прибора. Общая схема, изложенная в разделе 3.2.1, была обобщена на этот случай в работе [41]. Было показано, что при учете конечного разрешения по времени эволюцию измеряемой системы нельзя описать дифференциальным уравнением типа уравнения Шрёдингера, измерение является "интегральным по времени". Техника ОИП для представления пропагаторов применима также и в этом случае.

3.2.3. * Неопределенности в непрерывных измерениях. Непрерывное измерение полностью описывается набором парциальных пропагаторов (27), каждый из которых можно найти, вычисляя ОИП или решая уравнение Шрёдингера с комплексным гамильтонианом. Это, однако, не так просто сделать. Поэтому, естественно, возникает вопрос, нельзя ли с помощью менее сложных процедур (типа соотношений неопределенностей) ответить, по крайней мере, на некоторые вопросы, относящиеся к непрерывному измерению. Это оказывается возможным. Именно довольно простыми методами можно приближенно выяснить, какие результаты измерения $[a]$ появляются в измерении с достаточно большой вероятностью.

Ответ дается неравенством, которое было названо *принципом неопределенности действия* [58–60], потому что содержит оценку того, насколько классическое действие меняется, если варьировать путь в пределах одного и того же квантового коридора $[a]$.

Условие для того, чтобы вероятность результата измерения $[a]$ была велика, формулируется в терминах одного из путей $[p, q]$, согласованных с этим результатом, т.е. удовлетворяющих условию

$$A(t) = a(t),$$

где⁶

$$A(t) = A(p(t), q(t), t).$$

Кроме этого идеально согласованного пути рассмотрим путь $[p + \Delta p, q + \Delta q]$, отличающийся от него прираще-

⁶ Можно показать, что для всех последующих рассуждений не имеет значения, какой именно из путей $[p, q]$, согласованных с результатом измерения $[a]$, взять за основу.

нием $[\Delta p, \Delta q]$ (где $\Delta p = \Delta p(t)$, $\Delta q = \Delta q(t)$ — функции времени). При этом функция $A(t)$ получает приращение $\Delta A(t)$. Рассмотрим только такие приращения пути, при которых приращение $\Delta A(t)$ остается меньше, чем погрешность измерения $\Delta a(t)$. Это значит, что новый путь $[p + \Delta p, q + \Delta q]$ в пределах погрешности измерения Δa остается согласованным с результатом измерения $[a]$. Для упрощения терминологии будем говорить, что новый путь лежит в пределах коридора $[a]$, т.е. приращение пути не выводит за пределы этого коридора.

Найдем классическое действие для пути $[p, q]$ по формуле

$$S[p, q] = \int_0^T (p\dot{q} - H(p, q, t)) dt \quad (42)$$

и посмотрим, какое приращение ΔS оно получает при переходе к новому пути $[p + \Delta p, q + \Delta q]$. Величина приращений действия, найденных таким образом, является критерием того, насколько вероятен результат измерения $[a]$. Оказывается, что коридор $[a]$ вероятен, если приращение действия ΔS остается в пределах кванта действия \hbar до тех пор, пока путь не выходит за пределы коридора $[a]$ ⁷.

Это условие, гарантирующее, что результат измерения $[a]$ возникает с достаточно большой вероятностью, удается переписать в компактной форме

$$\max_{|\Delta A(t)| \leq \Delta a(t)} \left| \sum_i \int_0^T dt \left[\Delta p_i \left(\dot{q}_i - \frac{\partial H}{\partial p_i} \right) - \Delta q_i \left(\dot{p}_i + \frac{\partial H}{\partial q_i} \right) \right] \right| \lesssim \hbar. \quad (43)$$

Поскольку в круглых скобках под интегралом стоят выражения, фигурирующие в уравнениях Гамильтона, данное неравенство можно интерпретировать в терминах "фиктивной силы". Именно результат измерения $[a]$ оказывается вероятным, если соответствующий ему путь $[p, q]$ удовлетворяет модифицированным уравнениям Гамильтона

$$\dot{q}_i - \frac{\partial H}{\partial p_i} = -\delta F(t) \frac{\partial A(p, q, t)}{\partial p_i}, \quad (44)$$

$$\dot{p}_i + \frac{\partial H}{\partial q_i} = \delta F(t) \frac{\partial A(p, q, t)}{\partial q_i} \quad (45)$$

с "фиктивной силой" $\delta F(t)$, удовлетворяющей ограничению

$$\int_0^T dt |\delta F(t)| \Delta a(t) \lesssim \hbar. \quad (46)$$

Кроме того, условие (43) можно записать как ограничение на площадь в фазовом пространстве, определяемую двумя путями $[p, q]$ и $[p + \Delta p, q + \Delta q]$ (рис. 2):

$$\max_{|\Delta A(t)| \leq \Delta a(t)} \left| \sum_i \int_0^T dt \delta \sigma_i \right| \lesssim \hbar, \quad (47)$$

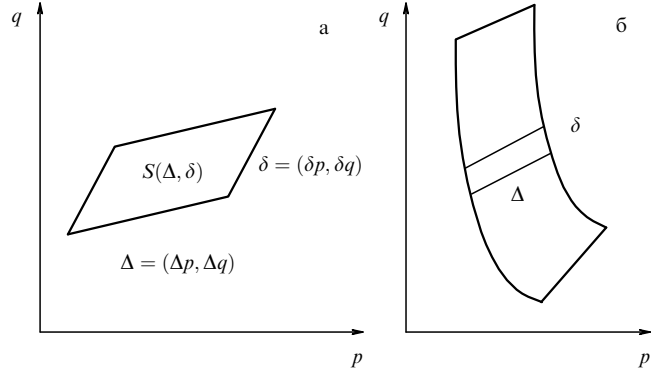


Рис. 2. Площадь параллелограмма в фазовом пространстве, построенного на двух векторах (а) и площадь в фазовом пространстве (б), определяемая двумя путями $[p, q]$ и $[p + \Delta p, q + \Delta q]$, лежащими в пределах коридора $[a]$. Если эта площадь меньше \hbar для каждой такой пары путей, то $[a]$ с достаточно большой вероятностью возникает как результат измерения.

где

$$\begin{aligned} \delta \sigma_i(t) &= \Delta p_i(t) \delta q_i(t) - \Delta q_i(t) \delta p_i(t), \\ \delta q_i &= dq_i - \frac{1}{m} p_i dt, \quad \delta p_i = dp_i - F_i dt. \end{aligned} \quad (48)$$

Неравенство (47) должно выполняться для всех путей, принадлежащих данному коридору. Это значит, что для каких-то путей из коридора достигается равенство (с точностью до порядка величины). Для одномерной системы это дает

$$\left| \int (\Delta p \delta q - \Delta q \delta p) \right| \sim \hbar. \quad (49)$$

Если измерение является очень коротким, то можно написать

$$|\Delta p \delta q - \Delta q \delta p| \sim \hbar. \quad (50)$$

Рассмотрим измерение импульса с погрешностью Δp в течение интервала времени Δt . Если координата не измеряется, то Δq очень велико и на первый взгляд кажется, что второй член в выражении (50) доминирует. Однако δp в этом случае должно быть точно равно нулю, потому что иначе не выполняется неравенство (47). Следовательно, второй член исчезает, и мы получаем

$$\Delta p |\delta q| = \Delta p \left| (q'' - q') - \frac{p}{m} \Delta t \right| \sim \hbar, \quad (51)$$

где q' , q'' — координата до и после измерения. Значит, влияние измерения приводит к тому, что скорость $(q'' - q')/\Delta t$ может отличаться от классического выражения p/m на величину порядка $\hbar/(\Delta p \Delta t)$. Это другая формулировка хорошо известного соотношения неопределенностей [61]

$$\Delta p |v'' - v'| \Delta t \sim \hbar, \quad (52)$$

которое выводится из мысленного эксперимента. Соотношение же (47) является намного более общим.

3.2.4. Особенности подхода, использующего ОИП. Отметим некоторые важные особенности подхода, основан-

⁷ Происхождение этого критерия очевидно. Если варьирование пути в пределах коридора приводит к большим вариациям действия, то мнимая экспонента от действия в интеграле (39) быстро осциллирует, и этот интеграл оказывается малым. Поскольку он определяет плотность вероятности для результата измерения $[a]$, эта вероятность также в этом случае мала.

ного на ОИП. Как мы видели, этот подход выводится из первых принципов, а именно, из формулировки квантовой механики в форме, предложенной Фейнманом. Вместе с тем, его можно обосновать независимо, отталкиваясь от конкретных моделей измерения (см. раздел 4.3). Подтверждение данного феноменологического подхода с помощью моделей придает ему большую достоверность. В то же время возможность вывода из первых принципов указывает на фундаментальность этого подхода.

В подходе ОИП непрерывно измеряемая система рассматривается как открытая система, однако описание ее является селективным. Вместо матрицы плотности эволюция измеряемой (открытой) системы характеризуется вектором состояния. Такое описание применимо к индивидуальной системе, а не только к статистическому ансамблю систем, соответствующему всем возможным состояниям измеряющей среды. При этом подход ОИП вскрывает чрезвычайно важную черту взаимодействия измеряемой и измеряющей систем: обратное влияние измерения на измеряемую систему зависит только от того, какая информация получена при измерении (и записана в состоянии среды). В этом смысле подход к непрерывным измерениям, основанный на ОИП, можно назвать информационным [62].

Динамика измеряемой системы, представляемая набором парциальных пропагаторов (39) или уравнением Шрёдингера с эффективным комплексным гамильтонианом (41) зависит только от информации, записанной измеряющей средой, но не от деталей взаимодействия системы со средой. Тем самым обнаруживается *динамическая роль информации*. Для полного описания открытой (изменяемой) системы не нужна полная модель ее окружения. Информационная модель является вполне достаточной.

По существу, динамическая роль информации видна уже из постулата редукции фон Неймана, потому что согласно ему конечное состояние измеряемой системы зависит только от того, какой результат дает измерение. Однако в постулате редукции изменение системы под влиянием измерения и эволюция за счет ее собственных динамических свойств разделены во времени (см. уравнение (15)).

В отличие от этого в эволюции непрерывно измеряемой системы оба аспекта динамики неразделимы. Такие системы демонстрируют новый тип динамики, в котором присутствуют одновременно квантовые и классические черты. При этом динамика определяется полностью заданием 1) гамильтониана системы и 2) информации о ней, которая уходит (диссипирует) в окружение.

Подход ОИП показывает, что теорию измерений можно включить в квантовую механику, вопреки общепринятому мнению, что ее следует постулировать независимо от квантовой механики. Для этого достаточно лишь понимать квантовую механику так, как она сформулирована в работах Фейнмана. Это показывает, что фейнмановская форма квантовой механики, по существу, шире и глубже, чем ее обычная операторная форма. Дополнительная глубина достигается за счет того, что физическую интерпретацию получает не только полная амплитуда распространения системы, но и амплитуда распространения ее вдоль заданного пути. Такая форма квантовой механики оказывается замкнутой, потому что

естественным образом включает в себя и квантовую теорию измерений.

В разделе 4 мы подробно познакомимся с важным приложением метода ОИП к непрерывному измерению энергии многоуровневой системы. Здесь же перечислим еще некоторые приложения его как в нерелятивистской, так и в релятивистской квантовой теории.

В нерелятивистской теории метод был применен к анализу измерения положения осциллятора и системы осцилляторов [52, 53, 2], а также к квантово-неразрушающим измерениям [63, 60, 64]. Что касается релятивистских приложений, то можно упомянуть следующие.

1. Квантовые ограничения на измеримость электромагнитного поля [66].
2. Квантовые ограничения на измеримость гравитационного поля [66].
3. Возникновение классической геометрии в квантовой гравитации [67].
4. Измерение положения релятивистской частицы [68].
5. Анализ термических эффектов Унру и Хокинга [69].

3.3. * Вывод стохастического уравнения

Уравнение Шрёдингера с комплексным гамильтонианом (41) можно записать в виде стохастического уравнения Шрёдингера [45]. Для этого введем вместо функции $a(t)$ и вектора состояния $\psi(t)$ новые переменные по формулам

$$a = c + \frac{\xi}{\sqrt{2\kappa}}, \quad \Psi(t) = \exp\left(\frac{1}{2} \int_0^t dt \xi^2\right) \psi(t), \quad (53)$$

где $c(t)$ будет выбрано позднее. Тогда уравнение (41) переписывается в виде

$$|\dot{\Psi}\rangle = \left[-\frac{i}{\hbar} H - \kappa(A - c)^2 + \sqrt{2\kappa}(A - c)\xi\right] |\Psi\rangle \quad (54)$$

или, если ввести новую переменную w по формуле $dw = \xi dt$,

$$d|\Psi\rangle = \left[-\frac{i}{\hbar} H - \kappa(A - c)^2\right] |\Psi\rangle dt + \sqrt{2\kappa}(A - c) |\Psi\rangle dw. \quad (55)$$

Для того, чтобы норма вектора $|\Psi\rangle$ сохранялась,

$$(\langle\Psi| + \langle d\Psi|)(|\Psi\rangle + |d\Psi\rangle) = \langle\Psi|\Psi\rangle, \quad (56)$$

достаточно принять

$$dw^2 = dt, \quad c = \langle\Psi|A|\Psi\rangle. \quad (57)$$

Уравнение (55) с дополнительными условиями (57) называется стохастическим уравнением Шрёдингера. В нем w — случайная функция (шум), описывающая влияние измеряющей среды на измеряемую систему. Статистика этого шума определяется вероятностным распределением:

$$P[w] = \langle\psi|\psi\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2} \int_0^t w^2(t) dt\right). \quad (58)$$

Это так называемый *белый шум* или броуновское движение. При таком движении изменение величины w за

малый интервал времени Δt описывается распределением

$$P(\Delta w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta t}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\Delta w^2}{\Delta t}\right), \quad (59)$$

и, как следствие, средний квадрат смещения пропорционален времени:

$$\overline{\Delta w^2} = \int P(\Delta w) \Delta w^2 d\Delta w = \Delta t. \quad (60)$$

Последняя формула дает физическую интерпретацию необычного соотношения $dw^2 = dt$, принимаемого в стохастическом исчислении в рамках так называемого *формализма Ито* [70].

Стохастическое уравнение (55) выводится, таким образом, из теории непрерывных измерений, основанной на ОИП или на уравнении Шрёдингера с комплексным гамильтонианом. Для описания непрерывных квантовых измерений предлагались и другие стохастические уравнения [46, 71, 47]. Обязательное условие, — чтобы матрица плотности, описывающая ту же систему неселективным образом, удовлетворяла уравнению Линдблада (16). Для уравнения (55) это имеет место потому, что уравнение Линдблада является следствием подхода ОИП [44].

3.4. * Совместные истории

Несколько лет назад возникло направление исследований в квантовой механике [72–75], которое основано на понятии *совместных историй* (consistent histories). Целью этого направления был анализ того, как квантовые системы приобретают классические черты, т.е. анализ явления декогеренции.

Подход, использующий совместные истории, имеет некоторое аппаратное сходство с методом ОИП, хотя по существу принципиально отличается от него. Отличие состоит в том, что совместные истории используются для описания замкнутой квантовой системы (с целью выявить в ней классические черты), тогда как метод ОИП с самого начала имеет дело с открытой системой и лишь неявно учитывает влияние ее окружения. Охарактеризуем кратко подход совместных историй, следуя работе Гелл-Манна и Хартла [74].

История $\alpha = \{i_1, i_2, \dots, i_{N-1}\}$ определяется в работе [74] как цепочка проекторов, специфицирующих состояние системы в последовательные моменты времени. Эти проекторы определяют оператор эволюции

$$U_\alpha = U(t_N, t_{N-1})P_{i_{N-1}}U(t_{N-1}, t_{N-2}) \dots U(t_3, t_2)P_{i_2}U(t_2, t_1)P_{i_1}U(t_1, t_0), \quad (61)$$

аналогичный тому, который использовался в формуле (15) для описания серии мгновенных измерений. Однако в подходе совместных историй проекторы служат не для описания реальных измерений, а лишь для анализа свободной эволюции системы, происходящей без какого бы то ни было внешнего воздействия. Оператор U_α представляет собой лишь одну квантовую альтернативу из многих, вносящих вклад в эволюцию квантовой системы. Полный оператор эволюции равен сумме

$$U = \sum_\alpha U_\alpha \quad (62)$$

по всем возможным историям, т.е. по всем возможным выборам проектора для каждого из моментов времени⁸.

Истории в понимании Гелл-Манна и Хартла — это прямые аналоги фейнмановских путей, которые лишь в своей совокупности определяют эволюцию замкнутой системы. В отличие от индивидуальных путей, истории представляют собой более грубые альтернативы, каждая из которых включает в себя множество путей.

Каждой истории Гелл-Манн и Хартл сопоставляют "вероятность"

$$P_\alpha = \text{Tr}(U_\alpha \rho U_\alpha^\dagger). \quad (63)$$

Интерпретация этой величины как вероятности совсем не обязательно является корректной, и задача дальнейшего анализа — как раз ответ на вопрос, когда эта интерпретация оправдана.

Наряду с некоторым выбранным набором историй $\{\alpha\}$ авторы рассматривают также наборы историй, которые получаются из данного набора при помощи процедуры *огрубления*, когда осуществляется переход к проекторам на более широкие подпространства или/и проектирование производится более редко (не в каждый из выбранных моментов времени). Каждую историю из более грубого набора можно представить как сумму историй из более тонкого набора (грубая история состоит из тонких историй как из альтернатив). Соответствующие операторы эволюции также связаны операцией суммирования:

$$\beta = \sum_{\alpha \in \beta} \alpha, \quad U_\beta = \sum_{\alpha \in \beta} U_\alpha. \quad (64)$$

В то же время соответствующие "вероятности" более грубых историй

$$P_\beta = \text{Tr}(U_\beta \rho U_\beta^\dagger) \quad (65)$$

вовсе не обязательно представляются в виде суммы "вероятностей" более тонких историй.

Ключевым для всего подхода является следующее рассуждение, приводящее к "условию совместности" как к необходимому признаку того, что описание системы в терминах альтернатив $\{\alpha\}$ является классическим. Описание квантовой системы, если оно является достаточно грубым, теряет специфические квантовые черты и становится чисто классическим. Альтернативы $\{\alpha\}$ дают огрубленное описание системы, и если степень огрубления достаточна, то эти альтернативы можно рассматривать как классические. В этом случае величины (63) действительно следует рассматривать как вероятности, и к ним можно применять обычное правило сложения вероятностей.

Но если альтернативы из набора $\{\alpha\}$ можно рассматривать как классические альтернативы, то любой еще более грубый набор альтернатив $\{\beta\}$ также является классическим, и, следовательно, выполняется *правило суммирования вероятностей*:

$$P_\beta = \sum_{\alpha \in \beta} P_\alpha. \quad (66)$$

⁸ В отличие от этого, если оператор (61) описывает реальное измерение, как это предполагалось в формуле (15), то он соответствует классической альтернативе, и суммировать такие операторы бессмысленно.

Таким образом, если альтернативы $\{\alpha\}$ являются классическими, то при переходе к более грубым альтернативам $\{\beta\}$ должно выполняться не только правило суммирования амплитуд (64), но и правило суммирования вероятностей (66). Простой математический анализ показывает, что требование (66) обеспечивается, если функционал декогеренции

$$C_{\alpha\alpha'} = \text{Tr}(U_\alpha \rho U_{\alpha'}^\dagger) \quad (67)$$

удовлетворяет условию совместности

$$C_{\alpha\alpha'} + C_{\alpha\alpha'}^* = 0 \quad \text{при} \quad \alpha \neq \alpha'. \quad (68)$$

Таким образом, условие совместности (68) является необходимым, чтобы набор историй $\{\alpha\}$ мог быть интерпретирован как набор классических альтернатив.

Было показано, что условие совместности приближенно выполняется для "ситуации измерения", т.е. в том случае, когда рассматриваемая система содержит две части, взаимодействующие так, как должны взаимодействовать измерительный прибор и измеряемая подсистема (см. раздел 2.1). В то же время условие совместности историй оказалось недостаточным для того, чтобы обеспечить предсказуемость квантовой системы, которая позволила бы считать, что при данном уровне огрубления ее описание на самом деле становится классическим [76]. Таким образом, теория совместных историй, хотя и является шагом в понимании декогеренции, но не решает проблему полностью.

Еще раз возвращаясь к сравнению двух подходов — ОИП и совместных историй, заметим, что в подходе ОИП условие совместности не является необходимым. Это связано с тем, что в этом подходе рассматривается открытая система, взаимодействующая с заданным окружением (хотя это окружение не моделируется явно). Для анализа системы в подходе ОИП используется только одно семейство историй $\{\alpha\}$, именно то, которое описывает влияние данного окружения. Не возникает необходимости использовать одновременно более грубые семейства историй и согласовывать друг с другом описания при разных огрублениях.

4. Непрерывное измерение дискретной энергии

Важным достижением последних лет был анализ непрерывного измерения энергии в системе с дискретными уровнями энергии. С одной стороны, измерение энергии атома имеет большой практический интерес. С другой стороны, все важные черты НКИ в этом случае переносятся на случай непрерывного измерения любой дискретной наблюдаемой. Мы рассмотрим НКИ энергии в многоуровневой и более подробно — в двухуровневой системе и убедимся в том, что этот процесс позволяет осуществить мониторинг квантового перехода с одного уровня на другой. Сначала мы проанализируем измерение с помощью уравнения Шрёдингера с комплексным гамильтонианом, а потом рассмотрим конкретную схему такого измерения с помощью обычных квантово-механических методов и покажем, как можно практически реализовать измерение этого типа.

Подход ОИП и комплексных гамильтонианов был впервые применен к измерению энергии в двухуровневой системе в работах [77, 78]. Было показано, что если

энергия измеряется с достаточно высокой точностью, то система замораживается, т.е. переходы между уровнями становятся невозможны (эффект Зенона). Однако другие режимы измерения не были и не могли быть исследованы в этих работах из-за существенной методической ошибки. Авторы предполагали, что результат непрерывного измерения энергии описывается функцией $E(t)$, которая является постоянной и совпадает с одним из уровней энергии системы.

На первый взгляд это предположение кажется естественным для системы с дискретным спектром, однако оно является неверным, поскольку точность измерения является конечной. В подходе ОИП или в уравнении Шрёдингера с комплексным гамильтонианом функция $[E]$, представляющая собой результат измерения, может быть любой. Решая уравнение Шрёдингера (аналог (41)) с гамильтонианом, зависящим от $[E]$, можно найти плотность вероятности данного результата измерения — $P[E]$. Только после этого (но не априори) можно судить, какие функции $[E]$ могут возникать в качестве результата измерения. Оказывается, что в режиме очень точного измерения только те результаты измерения вероятны, которые соответствуют функциям $[E]$, постоянным и совпадающим с уровнями энергии. Однако это неверно, когда точность измерения становится сравнительно малой. Между тем именно такие неточные или мягкие измерения оказываются особенно интересными, потому что они не слишком сильно влияют на измеряемую систему.

Ошибка была исправлена в работе [18], благодаря чему оказалось возможным детально исследовать НКИ энергии с умеренной точностью и предложить принципиально новый тип измерения — мониторинг квантового перехода. В работе [19] результаты, которые следует ожидать при таком измерении, были исследованы более детально и была предложена конкретная схема реализации НКИ энергии атома.

4.1. Измерение энергии в многоуровневой системе

Рассмотрим систему с гамильтонианом $H = H_0 + V$, где H_0 — "свободный" гамильтониан многоуровневой системы, а V — возмущение, которое может приводить к переходу между уровнями. Предположим, что в такой системе непрерывно измеряется наблюдаемая H_0 . В соответствии с общей схемой раздела 3.2 будем описывать такое измерение функционалом

$$w_{[E]}[p, q] = \exp\left\{-\kappa \int_0^T [H_0(p(t), q(t), t) - E(t)]^2 dt\right\}, \quad (69)$$

т.е. гауссовым коридором, в центре которого лежит кривая E . Тогда эффективный гамильтониан имеет вид

$$H_{[E]} = H_0 + V - i\kappa\hbar(H_0 - E(t))^2, \quad (70)$$

а эффективное уравнение Шрёдингера с комплексным гамильтонианом

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi_t\rangle = \left(-\frac{i}{\hbar} H - \kappa(H_0 - E(t))^2\right) |\psi_t\rangle. \quad (71)$$

Решая это уравнение, находим вектор $|\psi_t\rangle$ в любой момент времени. В соответствии с общей формулой (29) норма этого вектора в момент окончания непрерывного измерения дает плотность вероятности того, что реали-

зуется результат измерения $[E]$:

$$P[E] = \|\psi_T\|^2. \quad (72)$$

Используя разложение вектора состояния по базису

$$|\varphi_n(t)\rangle = \exp\left(-\frac{iE_n t}{\hbar}\right)|n\rangle, \quad (73)$$

получаем следующую систему уравнений для коэффициентов разложения:

$$\dot{C}_n = -\kappa(E_n - E(t))^2 C_n - \frac{i}{\hbar} \sum_{n'} \langle \varphi_n | V | \varphi_{n'} \rangle C_{n'} \quad (74)$$

и следующую формулу для вероятностного распределения результатов измерения:

$$P[E] = \sum_n |C_n(T)|^2. \quad (75)$$

Для свободной многоуровневой системы ($V = 0$) решение имеет простой вид

$$\begin{aligned} C_n(T) &= C_n(0) \exp\left[-\kappa \int_0^T dt (E_n - E(t))^2\right] = \\ &= C_n(0) \exp\left[-\frac{T}{T_{\text{гр}}} \frac{\langle (E_n - E)^2 \rangle_T}{\Delta E^2}\right], \end{aligned} \quad (76)$$

где

$$T_{\text{гр}} = \frac{1}{\kappa \Delta E^2} \quad (77)$$

— *время разрешения уровней*, т.е. параметр размерности времени, характеризующий точность измерения. Он выражается через "типичную разность энергий" ΔE в той части спектра, которая нас интересует.

Из формулы (76) видно, что при $T \gg T_{\text{гр}}$ (т.е. если длительность измерения достаточно велика по сравнению с характерным параметром $T_{\text{гр}}$) реализуется режим измерения, который разрешает (отличает друг от друга) уровни энергии. Он характеризуется тем, что

$[E]$ — функция, близкая к одному из уровней $E(t) \simeq E_n$;

система после измерения оказывается на уровне n ;

вероятность $[E]$ близкого к E_n равна $|C_n(0)|^2$.

Действительно, если функция $[E]$ близка (в смысле среднеквадратичного, см. (35)) к некоторому из уровней E_n , то коэффициент C_n с соответствующим номером после измерения (в момент $t = T$) остается таким же, каким он был до измерения, тогда как все остальные коэффициенты экспоненциально малы. Согласно (75), плотность вероятности каждой такой функции равна $|C_n(0)|^2$.

Если же функция $[E]$ не удовлетворяет этому условию, т.е. не остается на протяжении всего времени измерения близкой к одному и тому же уровню, то все коэффициенты C_n в момент T экспоненциально малы. Плотность вероятности любой из этих функций пренебрежимо мала.

Вывод состоит в том, что с заметной вероятностью реализуются лишь те результаты измерения, которые представлены функциями, близкими к одному из уровней. Вероятность того, что результат измерения близок к E_n , пропорционален $|C_n(0)|^2$. Из соображений нормировки ясно, что эта вероятность равна $|C_n(0)|^2$ (это

можно доказать более строго). Нетрудно видеть, что эти результаты находятся в полном соответствии с тем, как описывается фон-неймановское измерение энергии.

Если же длительность измерения недостаточна ($T \ll T_{\text{гр}}$), то реализуется режим измерения, который не позволяет разрешить уровни энергии:

вариация $E_{\text{max}} - E_{\text{min}}$ кривой $[E]$ меньше $\Delta E \sqrt{T_{\text{гр}}/T}$, но может быть значительно больше, чем ΔE ;

$C_n(T) \simeq C_n(0)$ для уровней между E_{min} и E_{max} ;

$C_n(T)$ экспоненциально малы вне $[E_{\text{min}}, E_{\text{max}}]$.

Таким образом, к моменту T вымирают все уровни энергии вне интервала шириной $\Delta E \sqrt{T_{\text{гр}}/T}$. С ростом T этот интервал сужается и к моменту, когда $T = T_{\text{гр}}$, остается лишь один уровень энергии, т.е. система оказывается в состоянии с определенной энергией E_n . Кривая E к этому моменту оказывается очень близкой к уровню E_n ⁹. Вероятность того, что выживает уровень с номером n , равна $|C_n(0)|^2$.

Мы видим, что пока времени прошло недостаточно ($T \ll T_{\text{гр}}$) энергия еще не может быть определена достаточно точно, а система все еще остается в состоянии суперпозиции нескольких уровней. Когда же время непрерывного измерения становится больше, чем $T_{\text{гр}}$, результат непрерывного измерения стабилизируется на одном из уровней, а система переходит на этот уровень. Поэтому временной параметр $T_{\text{гр}}$ можно интерпретировать как время разрешения уровней.

Из сказанного ясно, что непрерывное измерение энергии, как оно описывается в подходе квантовых коридоров, представляет собой модель процесса декогеренции для фон-неймановского "мгновенного" измерения [18]. Имеется в виду следующее. В схеме фон Неймана предполагается, что измерение энергии многоуровневой системы происходит мгновенно, дает (с соответствующей вероятностью $C_n(0)$) одно из значений E_n , а система после измерения оказывается на n -м уровне. На самом деле все это происходит не мгновенно, а в течение некоторого конечного времени, которым мы просто пренебрегаем, когда описываем измерение по схеме фон Неймана. Непрерывное измерение энергии вскрывает временную структуру этого перехода, т.е. описывает то, что называется процессом декогеренции.

Перейдем теперь к рассмотрению двухуровневой системы, которая находится под резонансным воздействием. Пусть H_0 — гамильтониан двухуровневой системы, а потенциал V определяется своими матричными элементами

$$\langle \varphi_1 | V | \varphi_2 \rangle = \langle \varphi_2 | V | \varphi_1 \rangle^* = V_0. \quad (78)$$

Если перейти от базиса (73) к базису $|n\rangle$, то матричные элементы оператора V будут гармоническими функциями частоты $\omega = \Delta E/\hbar$, т.е. потенциал V описывает резонансное воздействие. Система уравнений (74) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{C}_1 &= -ivC_2 - \kappa(E_1 - E(t))^2 C_1, \\ \dot{C}_2 &= -ivC_1 - \kappa(E_2 - E(t))^2 C_2, \end{aligned} \quad (79)$$

где $v = V_0/\hbar$.

⁹ Близость понимается в смысле среднеквадратичного отклонения, так что в течение очень коротких интервалов времени отклонение может быть значительным.

Если измерение отсутствует ($\kappa = 0$), то эта система описывает осцилляции Раби, т.е. $C_1(t) = R_1(t)$, $C_2(t) = R_2(t)$, где

$$R_1(t) = C_1(0) \cos vt - iC_2(0) \sin vt, \quad (80)$$

$$R_2(t) = C_2(0) \cos vt - iC_1(0) \sin vt. \quad (81)$$

При наличии измерения характер процесса зависит от соотношения трех временных параметров: длительности измерения T , времени разрешения уровней $T_{\text{гр}}$ и периода Раби $T_R = \pi/v$. При этом можно выделить следующие три характерных режима измерения [18].

Режим Зенона ($T_{\text{гр}} \ll T_R \ll T$)

Результат измерения $E(t) \simeq E_1$ или $E(t) \simeq E_2$.

Вероятность того, что $E(t)$ близко к E_n , равна $|C_n(0)|^2$.

Если $[E]$ близко к E_n , то система после измерения оказывается на уровне n .

Осцилляции Раби полностью подавлены.

Режим Раби ($T_R \ll T \ll T_{\text{гр}}$)

Осцилляции Раби неизменны.

$[E]$ произвольна в полосе шириной $\Delta E_T = \Delta E \sqrt{T_{\text{гр}}/T}$.

Промежуточный режим ($T_R \sim T_{\text{гр}} \sim T$)

Осцилляции с несколько увеличенным периодом.

$[E]$ в полосе, колеблющейся между уровнями.

Колебания $[E]$ соответствуют осцилляциям Раби.

Последний режим измерения наиболее интересен, поскольку он позволяет проводить (с определенной степенью точности) мониторинг квантового перехода. Мы рассмотрим этот режим подробнее в разделе 4.2.

4.2. Мониторинг квантового перехода

В работе [19] система уравнений (79) была использована для того, чтобы проанализировать непрерывное измере-

ние энергии двухуровневой системы, находящейся под резонансным воздействием в течение интервала времени $[T_1, T_2]$ длительностью $T_R/2 = \pi/(2v)$ (π -импульс). Вне этого интервала потенциал (78), а вместе с ним и коэффициент v в уравнениях (79) предполагался равным нулю. В отсутствие измерения резонансное воздействие с вероятностью 1 привело бы к переходу системы с уровня 1 на уровень 2. Можно было предполагать, что измерение несколько уменьшает вероятность перехода, но зато позволяет непрерывно следить за состоянием системы во время перехода.

Система уравнений (79) была численно решена для многих случайных выбранных функций $E(t)$. При этом для каждой функции $E(t)$ были найдены соответствующие функции $C_1(t)$ и $C_2(t)$ и вычислена плотность вероятности $P[E] = |C_1(T)|^2 + |C_2(T)|^2$ результата измерения $[E]$. Было получено распределение вероятностей различных результатов измерения и найдено, как ведет себя система в зависимости от результата измерения. Поведение системы наглядно представляется функцией

$$P_2(t) = |c_2(t)|^2 = \frac{|C_2(t)|^2}{|C_1(t)|^2 + |C_2(t)|^2}.$$

В отсутствие измерения эта кривая менялась бы от нуля до единицы за время π -импульса. При наличии измерения она может вести себя по-разному в зависимости от результата измерения $[E]$.

На рисунке 3 представлены результаты численного расчета на основе системы уравнений (79) для измерения умеренной жесткости. Диаграммы плотности для кривых $[E]$ (верхний ряд) и $[P_2]$ (нижний ряд) дают наглядное

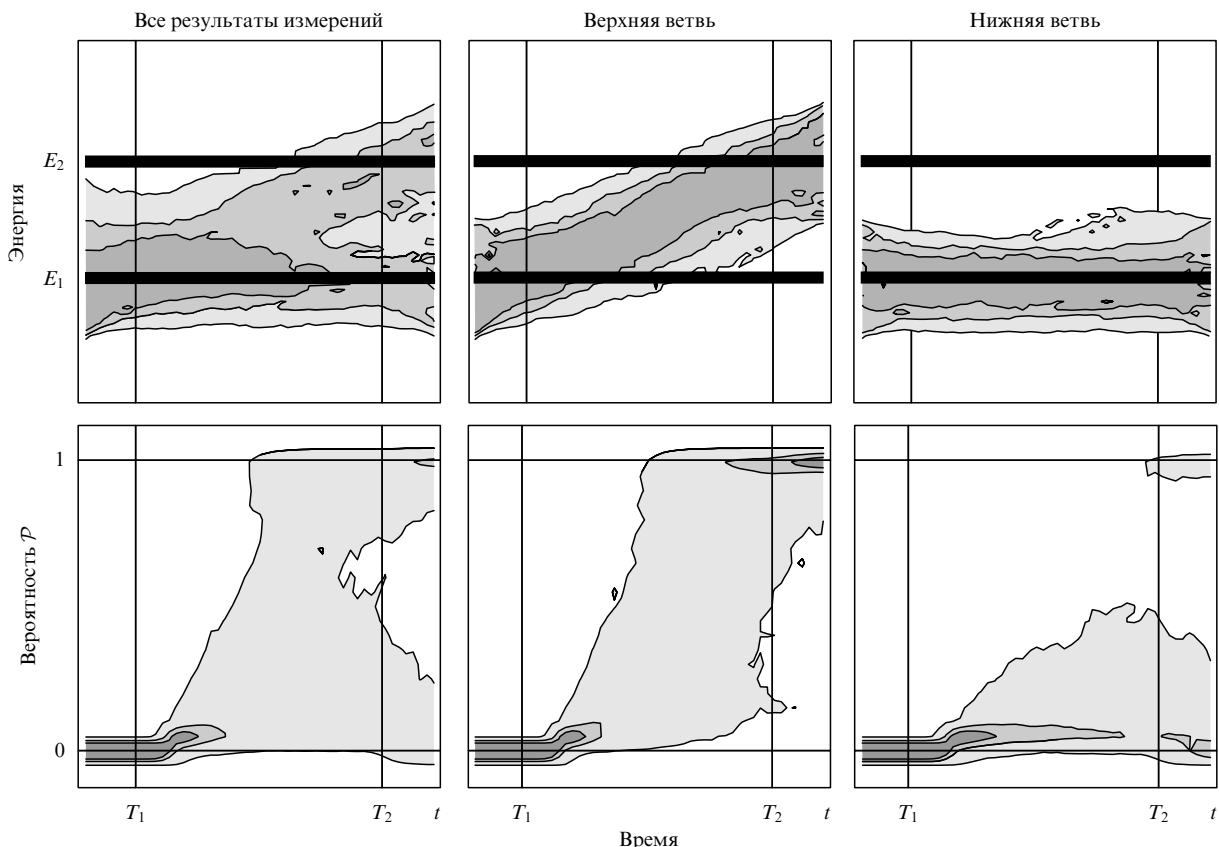


Рис. 3. Мониторинг квантового перехода при умеренно жестком непрерывном измерении.

представление о том, какие из этих кривых являются более вероятными. Очень важно отметить, что кривые $[E]$ были сглажены перед тем, как представить их на диаграмме. Сглаживание было произведено с постоянной времени, несколько меньшей, чем время перехода $T_R/2$. Именно благодаря такому сглаживанию получаются кривые, правильно отражающие процесс перехода, тогда как до сглаживания кривые $[E]$ быстро осциллируют, и информация, содержащаяся в них, скрыта.

На левой паре диаграмм рис. 3 представлены все возможные результаты измерения. Видно, что они четко распадаются на два класса, в одном из которых результаты измерения указывают на наличие перехода между уровнями, а в другом — на отсутствие перехода. В средней и правой парах диаграмм эти два класса результатов представлены по отдельности. Из этих диаграмм видно, что имеется корреляция между кривыми $[E]$ и $[P_2]$, т.е. поведение системы с хорошей вероятностью соответствует полученному результату, хотя есть и вероятность ошибки (измерительного шума).

Общие выводы из проведенного анализа можно сформулировать следующим образом.

Сглаженный результат измерения $[E]$ с вероятностью 80 % дает правильное представление о том, как эволюционирует система.

Под действием измерения вероятность перехода уменьшается и в промежуточном режиме измерения оказывается близкой к $1/2$.

4.3. Реализация непрерывного измерения энергии

В работе [19] было показано, как непрерывное измерение энергии двухуровневой системы можно реализовать на опыте. Для этого достаточно взять изолированный поляризованный атом, направить на него π -импульс резонансного излучения (чтобы индуцировать переход между уровнями), а для измерения энергии направлять на него один электрон за другим и наблюдать, отклонится каждый данный электрон или полетит в первоначальном направлении. Рассеяние происходит на дипольном моменте атома, который, в свою очередь, зависит от того, на каком уровне находится атом в данный момент. Если состояние атома является суперпозицией состояний с определенной энергией, то вероятность рассеяния зависит от коэффициентов суперпозиции и тем самым — от средней энергии атома в данном состоянии. Это позволяет, в принципе, по результатам рассеяния судить об энергии, которой обладает атом, тогда как обратное влияние электронов на атом приводит к его эволюции, описываемой комплексным гамильтонианом (см. раздел 4.2).

Эту схему непрерывного измерения можно существенно обобщить [79]. Вместо рассеяния электронов на атоме достаточно организовать длинную серию коротких наблюдений двухуровневой системы с помощью вспомогательной измерительной системы (рис. 4). Взаимодействие, приводящее к этому наблюдению, должно быть слабым, чтобы не возмущать состояние системы сколько-нибудь значительно. Тогда информация, даваемая каждым наблюдением, тоже незначительна, но длинная серия наблюдений дает информацию, адекватно представляемую при помощи ОИП или уравнения с комплексным гамильтонианом (79). При этом

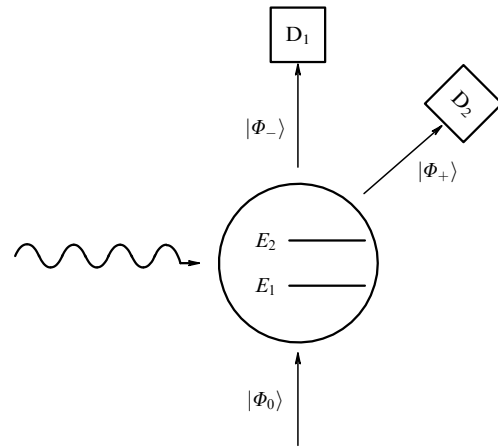


Рис. 4. Короткое мягкое наблюдение, повторение которого реализует непрерывное измерение энергии двухуровневой системы: Φ_0 — состояние прибора перед наблюдением, Φ_+ , Φ_- — его состояние после положительного или отрицательного результата наблюдения, D_1 , D_2 — детекторы.

функция $E(t)$, представляющая в этом уравнении результат измерения, следующим образом строится на основании экспериментальных данных.

Каждое наблюдение может дать один из двух возможных результатов: положительный, если состояние прибора после взаимодействия сильно отличается от исходного, или отрицательный, когда конечное состояние прибора близко к начальному. Длинная серия наблюдений разбивается на более короткие (но, тем не менее, достаточно длинные) серии по N наблюдений в каждой. Для каждой из таких N -серий находится отношение $n = N_+/N$ числа положительных исходов наблюдения (числа отклоненных электронов) к полному числу наблюдений. Это отношение представляет собой экспериментальную оценку для вероятности положительного исхода во время данной N -серии. Поскольку вероятность зависит от средней энергии, простой пересчет дает вместе с тем и оценку средней энергии E . В результате получаем одну точку на кривой $[E]$. Пролетав то же самое для каждой N -серии, получим ту кривую $E(t)$, которая представляет собой результат непрерывного измерения и которая фигурирует в уравнении с комплексным гамильтонианом (79).

Приведенные рассуждения делают более или менее правдоподобным то, что серия наблюдений двухуровневой системы приводит к картине, предсказанной в теории непрерывных измерений, т.е. к картине, представляемой решением уравнения (79). Однако на самом деле можно провести полное квантовомеханическое рассмотрение данной измерительной установки и доказать, что имеется полное соответствие между тем, что предсказывает обычный квантовомеханический анализ, и тем, что дает феноменологический подход ОИП [79].

Чрезвычайно интересно, что широкий класс реализаций приводит к поведению системы, описываемому одним и тем же эффективным гамильтонианом (70) с квадратичной мнимой добавкой. При этом поведение измеряемой системы не зависит от деталей измерительной процедуры, но лишь от одной константы κ (или эквивалентно T_{ir}), которая появляется как определенная комбинация параметров измерительной системы. Это

показывает, что простое уравнение с эффективным комплексным гамильтонианом, выведенное в рамках подхода ОИП, не является слишком грубым приближением. Поведение, описываемое таким уравнением, действительно, характерно для реальных измерительных систем.

5. Заключение

В данной работе было рассмотрено непрерывное измерение квантовой системы, которое представляет собой специфический диссипативный процесс. Непрерывное измерение может происходить намеренно, как, например, при повторных мягких наблюдениях (см. раздел 4.3) или спонтанно, как при диффузии частицы (см. раздел 2.2). В любом случае при непрерывном измерении происходит постепенная декогеренция — разрушение квантовых суперпозиций тех состояний, которые различаются (разрешаются) данной измерительной средой.

Кроме того, непрерывное измерение может служить моделью процесса декогеренции, происходящей при измерении дискретной переменной (см. раздел 4.1). Если при описании такого измерения пренебречь его длительностью, происходящее хорошо характеризуется постулатом редукции фон Неймана. Это картина мгновенной декогеренции. Но если необходимо проследить, как декогеренция развивается во времени, мы приходим к картине непрерывного измерения и постепенной декогеренции.

Непрерывное измерение квантовой системы приводит к специфическим чертам ее эволюции прежде всего — к появлению в ней наряду с квантовыми также классических элементов. Математически такую эволюцию можно описать разными способами: уравнением Линдблада для матрицы плотности, стохастическим уравнением Шрёдингера или уравнением с комплексным гамильтонианом для вектора состояний (см. раздел 3). В последнем случае мнимый член гамильтониана, учитывающий влияние измеряющей среды, зависит от того, какая информация получена в результате непрерывного измерения. Это представляется чрезвычайно важным, потому что демонстрирует динамическую роль информации [63].

Непрерывное измерение может быть более мягким или более жестким в зависимости от силы взаимодействия с измеряющей средой (с математической точки зрения это зависит от величины мнимой добавки к гамильтониану). Мягкое измерение незначительно влияет на динамику измеряемой системы, но зато и информация о системе незначительна. Жесткое измерение дает больше информации, но сильно модифицирует динамику. В пределе очень жесткого непрерывного измерения дискретной наблюдаемой возникает эффект Зенона, т.е. система замораживается, переходы между состояниями с разными значениями наблюдаемой становятся маловероятными (см. раздел 4.1).

Наиболее интересен промежуточный режим измерения, в котором жесткость измерения недостаточна для полного замораживания ее динамики, но достаточна для получения значимой информации. Измерение в этом режиме делает возможным мониторинг квантового перехода, хотя за такую информацию приходится платить уменьшением вероятности перехода (раздел 4.2). Непрерывное измерение, ведущее к мониторингу кван-

тового перехода, можно реализовать как длинную серию мягких коротких взаимодействий двухуровневой системы с некоторой вспомогательной системой (раздел 4.3). Одна из таких возможностей — серия рассеяний электронов на атоме.

С момента возникновения квантовой механики и до сих пор она вызывает споры по концептуальным проблемам. Основной причиной этих проблем является несовместимость классического и квантового описаний физических систем и процессов. Наиболее драматически это противоречие проявляется при измерении, которое имеет своей целью извлечение классической информации о квантовой системе. В настоящее время можно в деталях выяснять, как ведет себя измеряемая (а если нужно, и измеряющая) система в процессе измерения, и именно этому посвящена данная работа (см. также великолепный обзор [12]). Однако это не снимает концептуальных проблем теории измерений, которые остаются, по существу, нерешенными.

До предела упрощая ситуацию, можно сказать следующее. При измерении происходит выбор одной из множества альтернатив. Мы хорошо знаем, что происходит при выборе одной из альтернатив, и можем вычислить вероятность каждой из них. Это, разумеется, дает ответы на все вопросы, возникающие на практике. Однако остается непонятным, как и почему осуществляется выбор. Трудность ответа на этот вопрос заключается в том, что необходимо совместить квантовый и классический взгляды на мир. Попытки решения этого вопроса приводят к весьма необычным концепциям, примером чему служит многомировая интерпретация квантовой механики [80]. Этот круг вопросов, который можно сформулировать как концептуальный аспект декогеренции, совершенно не затронут в данной работе.

Автор признателен многим своим коллегам за плодотворные дискуссии, прояснившие для него вопросы квантовой теории измерений. Особо хочется отметить многочисленные беседы с Н.-D. Zeh, J. Audretsch и В.А. Намиотом.

Данная работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 98-01-00161.

Список литературы

1. Davies E B *Quantum Theory of Open Systems* (London, New York: Academic Press, 1976)
2. Менский М Б *Группа путей: Измерения. Поля. Частицы* (М.: Наука, 1983)
3. Peres A "Continuous monitoring of quantum systems", in *Information Complexity and Control in Quantum Physics* (Eds A Blaquiére, S Diner, G Lochak) (Wien: Springer-Verlag, 1987) p. 235
4. Caves C M, Milburn G J *Phys. Rev. A* **36** 5543 (1987)
5. Milburn G J *J. Opt. Soc. Am. B* **5** 1317 (1988)
6. Carmichael H *An Open Systems Approach to Quantum Optics* (Lecture Notes in Physics, New Series m, m18) (Berlin, New York: Springer-Verlag, 1993)
7. Braginsky V B, Khalili F Ya *Quantum Measurement* (Cambridge, New York: Cambridge University Press, 1992)
8. Gagen M J, Wiseman H M, Milburn G J *Phys. Rev. A* **48** 132 (1993)
9. Mensky M B *Continuous Quantum Measurements and Path Integrals* (Bristol, Philadelphia: IOP Publ., 1993)
10. Кадомцев Б Б *УФН* **164** 449 (1994); *УФН* **165** 967 (1995)
11. Кадомцев Б Б, Кадомцев М Б *УФН* **166** 651 (1996); Кадомцев Б Б *Динамика и информация* (М.: Редакция журнала "Успехи физических наук", 1997)

12. Giulini D, Joos E, Kiefer C, Kupsch J, Stamatescu I-O, Zeh H D *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory* (Berlin, New York: Springer, 1996)
13. Халфин Л А *ЖЭТФ* **33** 1371 (1957)
14. Misra B, Sudarshan E C G *J. Math. Phys.* **18** 756 (1977)
15. Chiu C B, Sudarshan E C G, Misra B *Phys. Rev. D* **16** 520 (1977)
16. Peres A *Am. J. Phys.* **48** 931 (1980)
17. Itano W M et al. *Phys. Rev. A* **41** 2295 (1990)
18. Audretsch J, Mensky M B *Phys. Rev. A* **56** 44 (1997)
19. Audretsch J, Mensky M, Namiot V *Phys. Lett. A* **237** 1 (1997)
20. Walls D F, Milburn G J *Quantum Optics* (Berlin, New York: Springer, 1994)
21. Knight P *Nature* **357** 438 (1992)
22. Garraway B M, Knight P L *Phys. Rev. A* **50** 2548 (1994)
23. Unruh W G *Phys. Rev. A* **51** 992 (1995)
24. Landauer R *Phys. Lett. A* **217** 188 (1996)
25. Мандельштам Л И "Лекции по основам квантовой механики", в кн. *Полное собрание трудов* Т. 5 (М.: Изд-во АН СССР, 1950) с. 347
26. Блохинцев Д И *Принципиальные вопросы квантовой механики* (М.: Наука, 1987)
27. Zurek W H *Phys. Rev. D* **24** 1516 (1981)
28. Zurek W H *Phys. Rev. D* **26** 1862 (1982)
29. фон Нейман И *Математические основы квантовой механики* (М.: Наука, 1964)
30. Zeh H D *Found. Phys.* **1** 69 (1970)
31. Zeh H D *Found. Phys.* **3** 109 (1973)
32. Joos E, Zeh H D *Z. Phys. B* **59** 223 (1985)
33. Брагинский В Б *ЖЭТФ* **53** 1434 (1967)
34. Брагинский В Б *Физические эксперименты с пробными телами* (М.: Наука, 1970)
35. Брагинский В Б, Воронцов Ю И *УФН* **114** 41 (1974)
36. Caldeira A O, Leggett A J *Physica A* **121** 587 (1983)
37. Walls D F, Milburn G J *Phys. Rev. A* **31** 2403 (1985)
38. Walls D F, Collet M J, Milburn G J *Phys. Rev. D* **32** 3208 (1985)
39. Воронцов Ю И *Теория и методы макроскопических измерений* (М.: Наука, 1989)
40. Mensky M B, Konetchnyi A, Namiot V *Phys. Lett. A* **177** 283 (1993)
41. Mensky M B *Phys. Lett. A* **231** 1 (1997)
42. Barchielli A, Lanz L, Prosperi G M *Nuovo Cimento B* **72** 79 (1982)
43. Халили Ф Я *Вестник Московского университета. Сер. 3* **29** (5) 13 (1988)
44. Lindblad G *Commun. Math. Phys.* **48** 119 (1976)
45. Onofrio R, Presilla C, Tambini U *Ann. Phys. (N.Y.)* **248** 95 (1996)
46. Gisin N *Helv. Phys. Acta* **62** 363 (1989)
47. Belavkin V P *Phys. Lett. A* **140** 355 (1989)
48. Diosi L et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 203 (1995)
49. Ghirardi G C, Rimini A, Weber T *Phys. Rev. D* **34** 470 (1986)
50. Mensky M B *Phys. Lett. A* **196** 159 (1994)
51. Feynman R P *Rev. Mod. Phys.* **20** 367 (1948)
52. Mensky M B *Phys. Rev. D* **20** 384 (1979)
53. Менский М Б *ЖЭТФ* **77** 1326 (1979)
54. Aharonov Y, Vardi M *Phys. Rev. D* **21** 2235 (1980)
55. Халили Ф Я *Вестник Московского университета. Сер. 3* **22** (1) 37 (1981)
56. Caves C M *Phys. Rev. D* **33** 1643 (1986)
57. Mensky M B *Phys. Lett. A* **169** 403 (1992)
58. Mensky M B *Phys. Lett. A* **155** 229 (1991)
59. Mensky M B *Found. Phys.* **22** 1173 (1992)
60. Mensky M B *Phys. Lett. A* **219** 137 (1996)
61. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Физматгиз, 1963)
62. Mensky M B *Found. Phys.* **27** 1637 (1997)
63. Golubtsova G A, Mensky M B *Int. J. Mod. Phys. A* **4** 2733 (1989)
64. Mensky M, Audretsch J *Appl. Phys. B* **64** 129 (1997)
65. von Borzeszkowski H, Mensky M B *Phys. Lett. A* **188** 249 (1994)
66. Mensky M B, in *Proc. 3d Sem. on Quant. Gravity, Moscow, October 23–25, 1984* (Singapore: World Scientific, 1985) p. 188
67. Mensky M B *General Relativity and Gravitation* **23** 123 (1991)
68. Mensky M B, von Borzeszkowski H *Phys. Lett. A* **208** 269 (1995)
69. Менский М Б *ТМФ* (1998) (в печати)
70. Ito K *Nagoya Math. J.* **3** 55 (1951)
71. Diosi L *Phys. Rev. A* **40** 1165 (1989)
72. Griffiths R B *J. Stat. Phys.* **36** 219 (1984)
73. Omnes R *Ann. Phys. (N.Y.)* **201** 354 (1990)
74. Gell-Mann M, Hartle J B "Quantum mechanics in the light of quantum cosmology", in *Complexity, Entropy, and the Physics of Information* (Ed. W H Zurek) (Redwood City, Calif.: Addison-Wesley Pub. Co., 1990) p. 425
75. Gell-Mann M, Hartle J B *Phys. Rev. D* **47** 3345 (1993)
76. Paz J P, Zurek W H *Phys. Rev. D* **48** 2728 (1993)
77. Onofrio R, Presilla C, Tambini U *Phys. Lett. A* **183** 135 (1993)
78. Tambini U, Presilla C, Onofrio R *Phys. Rev. A* **51** 967 (1995)
79. Audretsch J, Mensky M "Realization scheme for continuous fuzzy measurement of energy and the monitoring of a quantum transition" (to be published)
80. Everett H "The theory of the universal wave function", in *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics* (Eds B S DeWitt, N Graham) (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1973)

Decoherence and the theory of continuous quantum measurements

M.B. Mensky

*P.N. Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences,
Leninskiĭ prosp. 53, 117924 Moscow, Russia
Tel. (7-095) 132-62 19
Fax (7-095) 938-22 51
E-mail: mensky@sci.lebedev.ru*

The decoherence of a quantum system, i.e., its becoming partly classical, results from its interaction with environment and is well described in terms of continuous quantum measurement theory. In the present paper, various approaches to CQM theory are reviewed, of which that using effective complex Hamiltonians is discussed in detail. The effective complex Hamiltonian is obtained from the restricted path integral, the latter highlighting the role of information in the dynamics of the measured system, and is applied to the energy measurement on a two-level system. For such a measurement, quantum transition monitoring is shown to be possible and its backaction on the transition probability analyzed. Performing such a measurement using a long series of soft observations is described.

PACS number: 03.65.Bz

Bibliography — 80 references

Received 21 April 1998