

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Краевые состояния в режимах целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла

Э.В. Девятков

Описывается современное состояние исследований структуры и свойств краевых состояний, возникающих в режимах целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла. Последовательное изложение результатов для этих двух режимов позволяет выделить эффекты, обусловленные электрон-электронным взаимодействием. Намечены также наиболее важные направления дальнейших исследований.

PACS numbers: 73.43.-f, 73.43.Fj

Содержание

1. Введение (207).
 2. Краевые состояния в целочисленном квантовом эффекте Холла (208).
 - 2.1. Целочисленный квантовый эффект Холла.
 - 2.2. Введение краевых состояний и транспорт вдоль края образца.
 - 2.3. Структура края в реальных образцах.
 - 2.4. Случай сильного разбаланса между краевыми состояниями.
 - 2.5. Краевые состояния в двойных квантовых ямах.
 - 2.6. Коллективные возбуждения на краю.
 - 2.7. Основные выводы для целочисленного квантового эффекта Холла.
 3. Краевые состояния в дробном квантовом эффекте Холла (220).
 - 3.1. Современное понимание дробного квантового эффекта Холла.
 - 3.2. Краевые состояния — случай резкого потенциала.
 - 3.3. Краевые состояния — случай реального потенциала.
 - 3.4. Транспорт поперек края при сильном разбалансе.
 - 3.5. Основные выводы для дробного квантового эффекта Холла.
 4. Заключение (228).
- Список литературы (229).

1. Введение

Поверхностные состояния в квантующих магнитных полях известны еще начиная с работ Хайкина 1960-х годов [1] по трехмерным металлам. С точки зрения квазиклассической теории они возникают как "скачущие орбиты" электронов у границы образца в квантующем магнитном поле, когда циклотронный радиус электрона становится меньше, чем толщина образца. Нетрудно заметить, что поверхностные состояния обладают меньшей на единицу размерностью по сравнению с размерностью объемной системы. Так, они квазидвумерны для трехмерного металла.

Благодаря прогрессу технологии, в 1970-х годах стало возможным создание высокоподвижных двумерных систем. Поверхностные состояния в квантующем магнитном поле в двумерном случае уже являются квазиодномерными и более точно могут быть названы краевыми состояниями.

Особый интерес представляет собой исследование транспорта по краевым состояниям в режиме квантового эффекта Холла, когда уровень Ферми в объеме образца лежит в щели подвижности и транспорт по краевым состояниям оказывает существенное влияние на свойства системы. Как целочисленный (ЦКЭХ), так и дробный (ДКЭХ) квантовые эффекты Холла (существует хороший, хотя и старый обзор [2] на русском языке) реализуются в высокоподвижных двумерных электронных системах, помещенных в квантующее магнитное поле, при низкой температуре (порядка температуры жидкого гелия). Оба эффекта проявляются как плато в холловском сопротивлении $R_{xy} = (h/e^2)1/\nu$, где фактор заполнения ν является соответственно целым числом $1, 2, \dots$ или рациональной дробью определенного вида: $1/3, 2/3, 2/5, 3/5, \dots$. Диссипативная компонента тензора магнетосопротивления R_{xx} при этом обращается в нуль. Несмотря на то, что в обоих режимах уровень Ферми лежит в спектральной щели, происхождение этих щелей качественно разное. Целочисленный квантовый эффект Холла объясняется квантованием Ландау в спектре двумерной электронной системы в магнитном поле, и для его возникновения электрон-электронное взаимодействие несущественно. Наоборот, возникновение ДКЭХ целиком относят к проявлению электрон-электронного взаимодействия.

Даже в режиме ЦКЭХ, при пренебрежении электрон-электронным взаимодействием, одномерные краевые состояния демонстрируют широкий спектр интересных физических эффектов. Общий подход к их описанию состоит в применении к краевым состояниям формализма одномерных каналов Ландауэра [3], адаптированного для случая краевых состояний в двумерных системах Бюттикером [4]. Последовательный учет эффектов электрон-электронного взаимодействия, необходимый в

Э.В. Девятков. Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация
Тел. (495) 993-47-47-22946. Факс (496) 524-97-01
E-mail: dev@issp.ac.ru

Статья поступила 3 октября 2006 г.

режиме ДКЭХ, позволяет ожидать, что одномерные краевые состояния проявят эффекты, свойственные одномерной электронной жидкости. Следует отметить, что краевые состояния в режиме ДКЭХ — это единственная *точная* реализация модели одномерной жидкости Латтинджера [5], в которой приобретают ясный физический смысл все предположения этой модели, что теоретически было показано в работах Вена [6].

В данном обзоре краевые состояния в режимах ЦКЭХ и ДКЭХ будут рассмотрены отдельно в разделах 2 и 3 соответственно. Это позволит сначала сосредоточиться на описании одночастичных эффектов в режиме ЦКЭХ и лишь затем — на эффектах, обусловленных межэлектронным взаимодействием (режим ДКЭХ).

За всю почти двадцатилетнюю историю исследования краевых состояний в режиме квантового эффекта Холла так и не было опубликовано обзоров на русском языке. Существующие работы на английском языке изрядно устарели [7], а число оригинальных публикаций только в журналах Американского физического общества давно перевалило за тысячу. По этой причине безнадежно пытаться дать изложение "исторического" типа, в котором внимание было бы обращено на последовательность получения результатов или развития идей. В данном обзоре будут описаны только основные направления исследований и твердо установленные результаты с их критическим анализом. В заключении обзора будут сформулированы наиболее важные направления дальнейших исследований.

2. Краевые состояния в целочисленном квантовом эффекте Холла

2.1. Целочисленный квантовый эффект Холла

Как отмечалось во введении, целочисленный квантовый эффект Холла проявляется в том, что холловское сопротивление принимает квантованные значения, кратные h/e^2 , при стремящейся к нулю диагональной (диссипативной) компоненте тензора сопротивления. Такое поведение сопротивления объясняется наличием щелей в спектре двумерной электронной системы в квантующем магнитном поле. Решение задачи о спектре невзаимодействующих электронов в квантующем магнитном поле впервые было дано Л.Д. Ландау [8] и, несмотря на широкую известность, приводится здесь ввиду его дальнейшего использования. Другие важные моменты в теории ЦКЭХ (такие как теория резервуара, роль беспорядка и перколяции, экранирование) либо играют незначительную роль в вопросе о краевых состояниях и здесь не рассматриваются, либо будут вводиться по ходу изложения.

2.1.1. Спектр невзаимодействующих электронов в магнитном поле. Определим уровни энергии свободного электрона в постоянном однородном магнитном поле [8]. Векторный потенциал выберем в калибровке Ландау: $\mathbf{A} = (-Hy, 0, 0)$ (поле H направлено вдоль оси z). Гамильтониан запишется как

$$H = \frac{1}{2m} \left(p_x + \frac{eH}{c} y \right)^2 + \frac{p_y^2}{2m}, \quad (1)$$

где для простоты предполагается отсутствие спина и двумерное движение в плоскости x, y . Решение уравнения

Шрёдингера $H\psi = E\psi$ будем искать в виде

$$\psi = \exp\left(\frac{i}{\hbar} p_x x\right) \chi(y), \quad (2)$$

что приводит к широко известному уравнению для гармонического осциллятора

$$\chi'' + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - \frac{m}{2} \left(\frac{eH}{mc} \right)^2 (y - y_0)^2 \right] \chi = 0, \quad (3)$$

где $y_0 = -cp_x/(eH) = -l_H^2 k_x$ — так называемая координата ведущего центра, $l_H = [c\hbar/(eH)]^{1/2}$ — магнитная длина. Уравнение (3) дает уровни энергии электрона в магнитном поле:

$$E = \frac{|e|H}{mc} \hbar \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (4)$$

где m — зонная масса, e — заряд электрона, n — номер квантового уровня, $n = 0, 1, 2, \dots$. Другими словами, задача об электроне в магнитном поле сводится к задаче об уровнях размерного квантования в параболическом потенциале. Уровни энергии эквидистантны и отделены друг от друга циклотронной щелью $\hbar\omega_c$. Такое квантование называется квантованием Ландау, а соответствующие уровни энергии носят название уровней Ландау.

Наличие спина электрона приводит к дополнительному расщеплению уровней Ландау по спину (зеemanовское расщепление), наличие изоспина в двухслойных системах — к изоспиновому (симметрично-антисимметричному) расщеплению. Именно наличие щелей в спектре электронной системы ответственно за существование режима ЦКЭХ.

Выбор направлений x, y пока (в случае неограниченного образца) произволен. Очевидно, что полученное решение не зависит в том числе и от выбора калибровки. (Можно было бы решать задачу в центрально-симметричной калибровке, где движение электрона раскладывается на азимутальное, описываемое волновой функцией типа $\exp(i\theta m)$, где θ — азимутальный угол, и радиальное, задаваемое тем же уравнением Шрёдингера для гармонического осциллятора (3).)

2.1.2. Введение в задачу границы образца. При наличии границы сама геометрия образца предлагает выделенное направление — направление вдоль края. Разумный выбор калибровки состоит в том, чтобы сохранить разделение переменных (2) и включить краевой потенциал только в уравнение (3). С помощью соответствующего выбора калибровки это можно сделать для любой геометрии образца — как для ограниченной с двух сторон полоски (холловский мостик, или холл-бар в иностранной литературе), так и для диска (Корбино).

Итак, уравнение (3) описывает движение электрона в параболическом потенциале, который возрастает до первого квантованного значения $\hbar\omega_c/2$ на расстоянии, равном магнитной длине $l_H = (c\hbar/eH)^{1/2}$. Введение границы образца означает введение в уравнение (3) члена типа $U(y)$. При этом возможны два предельных случая:

1) потенциал края $U(y)$ при изменении y на расстоянии, равном магнитной длине l_H , возрастает на величину, много большую циклотронной энергии $\hbar\omega_c$ или сравнимую с ней;

2) потенциал края $U(y)$ при изменении y на расстояние, равном магнитной длине l_H , возрастает на величину, много меньшую циклотронной энергии $\hbar\omega_c$.

В первом случае потенциал является резким и для решения задачи об уровнях энергии вблизи края необходимо решать уравнение Шрёдингера с реальным профилем $U(y)$, что приведет к всплыванию уровней энергии вблизи границы и значительному увеличению расстояния между ними (это можно понять и из симметрии волновой функции). Во втором случае краевой потенциал вызовет плавное поднятие дна подзоны при приближении к краю, оставляя расстояние между уровнями почти неизменным.

2.2. Введение краевых состояний и транспорт вдоль края образца

Как будет показано в разделе 2.3.3, для исследования транспорта по краевым состояниям вдоль края образца реальная структура края неважна. Поэтому в данном разделе мы остановимся на рассмотрении идей, разработанных для простейшего случая — бесконечно высокой потенциальной стенки.

2.2.1. Идея Гальперина. Гальперин [9] впервые рассмотрел случай бесконечно высокой потенциальной стенки, ограничивающей образец в режиме квантового эффекта Холла (рис. 1). Он ввел понятие токонесущих краевых состояний как пересечений уровней Ландау и уровня Ферми у краев образца. Полное число краевых состояний, таким образом, равно фактору заполнения — числу заполненных уровней Ландау, а их электрохимические потенциалы равны электрохимическим потенциалам соответствующих краев образца. Подсчитаем ток вдоль образца: плотность тока на уровне Ландау $j = n_L ev$, где $n_L = 1/2\pi l_H^2$ — плотность состояний на уровне Ландау, e — заряд электрона, $v = (\partial E/\partial k)/\hbar$. Полный ток тогда выразится в виде

$$I = \int_{y_1}^{y_2} j dy = - \int_{k_1}^{k_2} j l_H^2 dk = \frac{e}{h} \int_{k_1}^{k_2} \frac{\partial E}{\partial k} dk = \frac{e}{h} \int_{\mu_1}^{\mu_2} dE = \frac{e}{h} (\mu_1 - \mu_2). \tag{5}$$

При числе n заполненных уровней Ландау полный ток по образцу запишется как $I = n(e/h)\Delta\mu$, где $\Delta\mu$ — разность

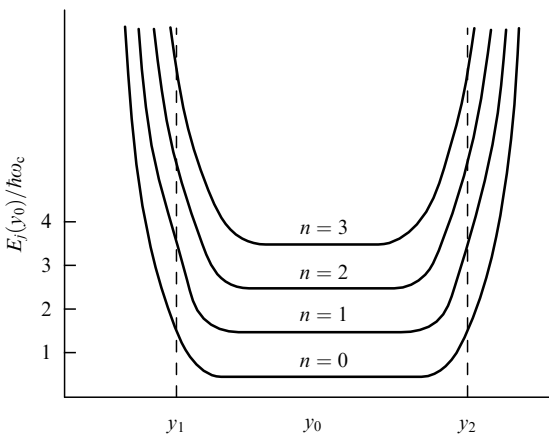


Рис. 1. Поведение уровней Ландау у краев образца в случае бесконечно высокой потенциальной стенки. (Из работы [4].)

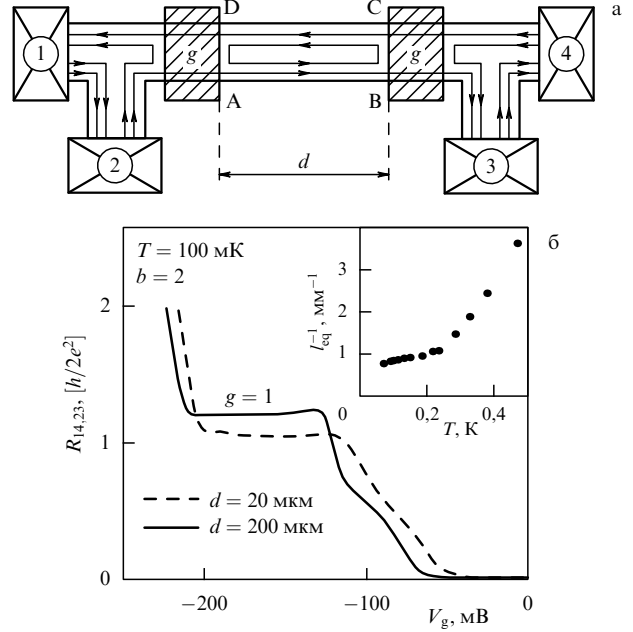


Рис. 2. (а) Геометрия холловского мостика с двумя пересекающимися затворами. Перечеркнутые и пронумерованные прямоугольники обозначают омические контакты. Заштрихованные области — затворы, нанесенные поперек образца. Структура краевых состояний показана для фактора заполнения $g = 1$ под затвором и $b = 2$ в остальной части образца. (б) Отклонение измеренного сопротивления как мера выравнивания между краевыми состояниями. На вставке показана зависимость длины выравнивания между спи́рассцепленными краевыми состояниями от температуры, что дает представление о масштабе величин. (Из работы [10].)

между электрохимическими потенциалами краев образца. Таким образом, ток определяется только разностью электрохимических потенциалов краев (другими словами, краевых состояний) и числом заполненных уровней Ландау (числом краевых состояний). Можно ввести ток по краевому состоянию $(e/h)\mu$, тогда сумма токов по всем краевым состояниям даст полный ток по образцу.

Работа Гальперина имела основной целью объяснить квантование холловского сопротивления. Краевые состояния были введены для случая идеальной системы (при отсутствии беспорядка) и играли в рассуждениях скорее вспомогательную роль.

2.2.2. Формализм Бюттикера – Ландауэра. Бюттикер [4] объединил идею Гальперина о токонесущих краевых состояниях и формализм Ландауэра [3] с целью учета рассеяния в одномерных проводниках и показал, что эффекты упругого и неупругого рассеяния в краевых состояниях и контактах можно учесть введением матрицы коэффициентов прохождения T_{ij} . Был предложен формализм расчета различных сопротивлений для образцов, имеющих много омических контактов (рис. 2). В этом формализме ток I_i , переносимый краевыми состояниями, вытекающими из контакта i , задается формулой

$$I_i = \frac{e}{h} \left(n_i \mu_i + \sum_{j \neq i} T_{ij} \mu_j \right), \tag{6}$$

где μ_i — электрохимический потенциал контакта i , n_i — число краевых состояний, вытекающих из контакта i . Нетрудно заметить, что в простейшем случае образца с

двумя идеальными контактами в отсутствие рассеяния полный ток, текущий через контакты, будет задаваться тем же соотношением (5), которое впервые было получено Гальпериним.

Сам Бюттикер предполагал использовать этот формализм для объяснения точности квантования холловского сопротивления в "открытых" образцах, присоединенных к резервуарам — омическим контактам. Однако возможности данного формализма гораздо шире: он дает способ расчетов транспортных характеристик в образцах, имеющих много контактов с разными в общем случае электрохимическими потенциалами.

2.2.3. Экспериментальная проверка. Экспериментальная проверка формализма Бюттикера была проведена в основном при измерениях в геометрии холловского мостика (холл-бар) с пересекающимися затворами (см. рис. 2). В этой геометрии образец с двумя токовыми и несколькими потенциальными контактами пересекался затвором (одним или несколькими). Между токовыми контактами (1–4 на рис. 2) задавался ток и измерялось падение напряжения между потенциальными контактами (2–3 на рис. 2). Если образец находится в условиях квантового эффекта Холла при факторе заполнения, равном двум, то падение напряжения равно нулю. Уменьшая теперь электронную концентрацию под одним из затворов (для простоты второй пока рассматривать не будем) до меньшего целого фактора заполнения, равного единице, получим ненулевое напряжение между контактами 2–3, соответствующее сопротивлению $R_{14,23} = (1/2)h/e^2$. Такое поведение легко объяснить в терминах краевых состояний: при отсутствии напряжения на затворе контакт 2 покидают два краевых состояния и они же поступают на контакт 3. Поскольку ток через потенциальные контакты не течет, их электрохимические потенциалы равны, что приводит к нулевому напряжению U_{23} при любом токе. Если под затвором фактор заполнения равен 1, то один из краевых каналов отражается на границе затвора, а второй проходит, что приводит к более сложному сочетанию электрохимических потенциалов контактов.

Приведем пример расчета с использованием формализма Бюттикера (6) для этой простой ситуации (такой расчет понадобится нам в дальнейшем):

$$\begin{aligned} I_{14} &= (\mu_4 + \mu_2) - 2\mu_1 \text{ для контакта 1,} \\ 0 &= 2\mu_1 - 2\mu_2 \text{ для контакта 2,} \\ 0 &= \mu_2 + \mu_4 - 2\mu_3 \text{ для контакта 3,} \\ -I_{14} &= 2\mu_4 - 2\mu_3 \text{ для контакта 4.} \end{aligned} \quad (7)$$

Для каждого контакта в правых частях уравнений (7) стоит разность токов, втекающих в контакт и вытекающих из него, а в левых частях — ток через контакт (равный нулю для потенциальных контактов и току через образец для токовых). Правые части для простоты записаны в единицах $[e/h]$. Искомая разность потенциалов выражается как $U_{23} = (\mu_3 - \mu_2)/e$. Решая систему (7), получим $I_{14} = 2(e^2/h)U_{23}$, что соответствует приведенному выше значению сопротивления $R_{14,23}$. Отметим, что при получении этого результата мы использовали в качестве матрицы коэффициентов прохождения из формулы (6) набор нулей и единиц ввиду того, что одни краевые состояния полностью проходят под затвором, другие, наоборот, полностью отражаются.

В данной геометрии были смоделированы и исследованы различные эффекты, рассмотренные Бюттикером (обзор экспериментов по проверке формализма Бюттикера см. в [7]). Например, неидеальный контакт соответствует тому, что краевые состояния покидают его с разными электрохимическими потенциалами. Такое поведение можно смоделировать, расположив отсекающий затвор поперек дорожки, ведущей к идеальному контакту. При уменьшении фактора заполнения под затвором одно из краевых состояний отражается на краю затвора, подобно тому, как это происходит в ситуации, представленной на рис. 2, и для остальной части образца данный контакт виден как неидеальный, причем степенью его неидеальности можно управлять с помощью этого затвора (контакт можно даже совсем отключить).

2.2.4. Транспорт поперек края. Случай малого разбаланса.

В области между затворами (см. рис. 2) один из краевых каналов выходит из-под затвора, а другой подходит к нему вдоль границы затвора, и их электрохимические потенциалы в общем случае различны. При дальнейшем движении вдоль края образца электрохимические потенциалы этих каналов будут приходить в равновесие вследствие электронного транспорта между ними, т.е. поперек края образца. Таким образом, можно исследовать эффекты транспорта между краевыми состояниями, если исключить смешивание каналов в контакте, т.е. использовать второй пересекающийся затвор как детектор конечного электрохимического потенциала краевого состояния, как показано на рис. 2.

Легко понять, пользуясь формализмом Бюттикера (6), что при наличии выравнивания электрохимических потенциалов краевых состояний двух затворов измеряемое сопротивление будет определяться формулой

$$R_{14,23} = \frac{h}{e^2} \left[1 + \exp\left(-\frac{2d}{l_{eq}}\right) \right]^{-1}, \quad (8)$$

где l_{eq} — феноменологическая длина выравнивания между краевыми состояниями. Формула (8) имеет правильные асимптотики: при близко расположенных друг к другу затворах ($d \ll l_{eq}$) второй член в квадратных скобках стремится к единице, как и должно быть для одного непрерывного затвора, при далеко разнесенных затворах ($d \gg l_{eq}$) второй член пренебрежимо мал, что соответствует полному выравниванию электрохимических потенциалов. Таким образом, по отклонению величины измеренного сопротивления от $h/2e^2$ можно судить о длине выравнивания l_{eq} (см. рис. 2).

По экспериментальным данным разных групп (см., например, [10]) оказалось, что длина выравнивания между спин-расщепленными краевыми состояниями достигает 1 мкм при низкой температуре (температуре жидкого гелия), а между каналами, разделенными циклотронной щелью, составляет порядка 100 мкм. Подобная разница вызвана тем, что вращение спина при переносе электрона затруднено на краю образца — в совершенных гетероструктурах магнитные примеси отсутствуют и за вращение спина отвечают спин-орбитальное и сверхтонкое взаимодействия [11–13].

Следует отметить, что такие эксперименты дают информацию о процессах выравнивания только при малых величинах разбаланса (разности электрохимиче-

ских потенциалов) между краевыми состояниями. Это прямо следует из формулы (8), в которой при $d \ll l_{eq}$ (случай, когда краевые каналы сильно разбалансированы на всей длине взаимодействия) второй член в квадратных скобках является экспоненциально малым по сравнению с первым, что не позволяет провести точные измерения [10]. Однако в режиме $d \gg l_{eq}$ длина выравнивания полностью определяется процессами при малых разбалахах: даже при больших начальных значениях разбаланс уменьшается по мере уравнивания краевых состояний и за величину длины выравнивания оказываются ответственными конечные процессы уравнивания, идущие уже при малом разбалахе. Эта особенность — ключевая для геометрии холловского мостика с пересекающимися затворами, в которой транспорт между краевыми состояниями рассматривается как малая поправка к транспорту вдоль края.

До сих пор при определении феноменологической длины выравнивания реальная структура края была неважна. Прежде чем перейти к описанию особенностей транспорта между краевыми состояниями при любых разбалахах между ними, когда проявляются особенности краевой структуры, в разделе 2.3 подробно опишем структуру реального (травленного или электростатического в большинстве случаев) края образца.

2.3. Структура края в реальных образцах

2.3.1. Структура края при электростатическом краевом потенциале. Вопрос о структуре края при модельном электростатическом краевом потенциале успешнее всего был рассмотрен в работе Шкловского, Шкловского и Глазмана [14]. В случае мягкого (электростатического) потенциала дно двумерной подзоны поднимается по мере приближения к краю образца и уровни Ландау следуют за дном подзоны (рис. 3а). При этом в каждой точке можно ввести локальный фактор заполнения (число заполненных уровней), который будет изменяться по мере приближения к краю образца от объемного значения до нуля с шагом единица. Изменение локального фактора заполнения происходит при пересечении уровнем Ландау уровня Ферми. Авторы работы [14] учли электрон-электронное взаимодействие в приближении среднего поля. Оказалось, что одномерные пересечения уровней Ферми и уровней Ландау преобразуются в полосы с конечной шириной (в некоторой области уровень Ландау "прикалывается" к уровню Ферми (рис. 3б)), в которых и происходит постепенное изменение локального фактора заполнения и край электронной системы представляет собой чередование полосок сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости. Ширина полосок определяется энергетической щелью между соответствующими уровнями Ландау.

2.3.2. Структура края при реальном краевом потенциале.

Структура края, рассмотренная в разделе 2.3.1, наиболее близка к экспериментальной ситуации, наблюдаемой в режиме ЦКЭХ на травленном и электростатическом краях. Это вызвано тем, что реальный краевой потенциал мягкий — вследствие большой абсолютной величины циклотронной энергии в полях, где наблюдается ЦКЭХ, краевой потенциал всегда возрастает на магнитной длине на величину, много меньшую, чем циклотронная энергия. Напрямую картина полос сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости проявляется в

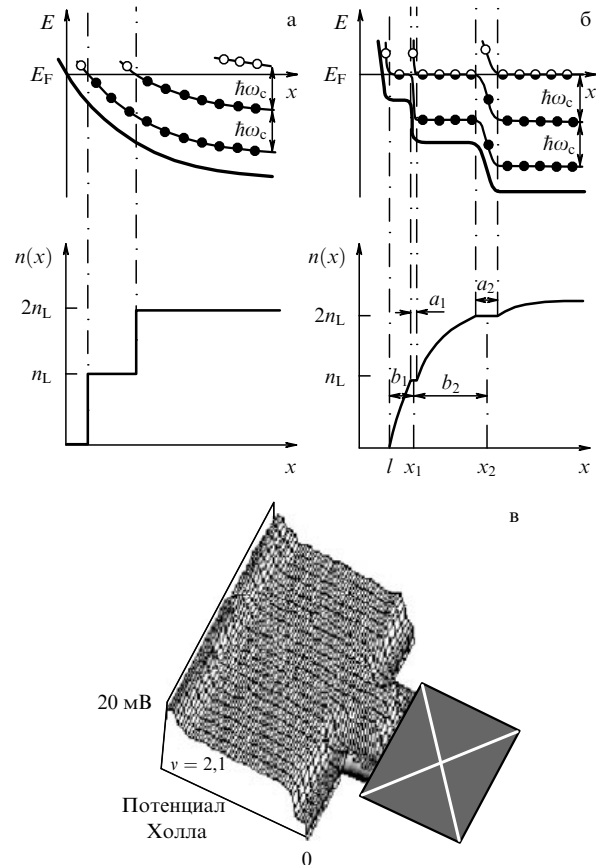


Рис. 3. Структура края при плавном краевом потенциале (из работы [14]): (а) без учета электрон-электронного взаимодействия, (б) реконструкция края, вызванная взаимодействием; (в) визуализация структуры края реального образца (из работы [15]).

экспериментах по визуализации. Например, в работе [15] измерялась емкость между иглой атомного силового микроскопа и двумерным электронным газом (ДЭГ). Результат, четко демонстрирующий наличие сжимаемых и несжимаемых полос на краю, представлен на рис. 3в.

2.3.3. Распределение тока в образце. Соображения Таулеса.

Если край образца представляет собой чередующиеся сжимаемые и несжимаемые полоски, то вновь возникают вопросы о том, где именно течет ток и почему так хорошо работает формализм Бюттикера, построенный на основе совершенно иных представлений. Ответы на эти вопросы были даны Таулесом в работе [16].

Бездиссипативные (диамагнитные) токи текут там, где есть градиент потенциала, благодаря ненулевой групповой скорости в этих областях (см. вывод соотношения (5)), которые в реальных образцах представляют собой:

- несжимаемые полоски на каждом краю;
- объем (вследствие целочисленности фактора заполнения в объеме электронная жидкость плохо экранирует краевой потенциал и градиент потенциала является ненулевым на достаточно больших расстояниях в объеме образца, в отличие от градиента потенциала в модельной ситуации, показанной на рис. 1);
- области длиннопериодных флуктуаций потенциала в объеме (неоднородности, в которых возникает такая же

структура сжимаемых и несжимаемых полосок, как и на краю).

В условиях равновесия (при равных электрохимических потенциалах краев образца) полный ток вдоль одного края в точности равен току вдоль другого края, но эти токи направлены навстречу друг другу вследствие разных знаков градиента потенциала у краев (см., например, рис. 1 и соотношение (5)). То же самое можно сказать и про ток в объеме. Кольцевой ток вокруг неоднородностей также не дает вклада в суммарный ток по образцу, который в результате оказывается равным нулю. При введении неравновесности (наличие ненулевой разности между электрохимическими потенциалами краев образца) ток, направленный в одну сторону, превышает обратный как раз на величину, определяемую разностью электрохимических потенциалов краев (см. соотношение (5)), что и оправдывает применение формализма Бюттикера, чувствительного лишь к интегральным характеристикам — электрохимическим потенциалам краев и матрице коэффициентов рассеяния "из контакта в контакт".

Аналогичной является ситуация при введении неравновесности на одном краю — при приложении разности электрохимических потенциалов между соседними сжимаемыми полосками, показанными на рис. 3. Поднятие, например, левой сжимаемой полоски вверх по энергии означает уменьшение ее ширины и соответствующее увеличение ширины несжимаемой полосы. "Избыточный" ток определяется именно этой областью, превратившейся из сжимаемой в несжимаемую, и соответственно разностью электрохимических потенциалов полосок. Итак, ответ на "извечный" вопрос о том, где течет ток на краю — по сжимаемым или несжимаемым полоскам, следует сформулировать так: ток течет везде, где есть градиент потенциала, а неравновесный ("избыточный") ток течет по границе сжимаемой и несжимаемой областей и может быть приписан любой из них (в зависимости от того, рассматриваем мы эти области до или после введения неравновесности).

В свете этого определение краевого состояния должно быть сформулировано заново. В дальнейшем мы будем называть краевыми состояниями именно *сжимаемые* полоски. Это позволяет четко определить электрохимический потенциал краевого состояния и сохранить преемственность с предыдущим изложением, в котором краевое состояние определялось как пересечение уровня Ландау и уровня Ферми.

Сказанное выше относится к току вдоль края образца. Ток, текущий поперек края и вызывающий уравнивание краевых состояний, определяется тунелированием через несжимаемые полосы и диффузией в сжимаемых полосках (последнее особенно актуально при сложных перестройках краевого спектра (см. раздел 2.5)).

2.4. Случай сильного разбаланса между краевыми состояниями

Как уже отмечалось в разделе 2.2, исследования в холл-бар-геометрии подходят только для случая слабого разбаланса. Для измерений в условиях сильного (превышающего величину спектральных щелей) разбаланса необходимо избавиться от шунтирующего канала, проходящего вдоль края образца. Другими словами, необходимо холл-бар-геометрию заменить геометрией Корбино. Впервые вариант комбинации геометрии квази-

Корбино с техникой пересекающего затвора, по-видимому, был предложен в работе [17]. Однако первые экспериментальные результаты удалось получить лишь десять лет спустя [18], что вызвано необходимостью подбора измерительной методики для получения четко интерпретируемых результатов (в первом варианте геометрии [17] эта методика не могла быть применена, что и остановило исследования) и экспериментальными сложностями при такого рода измерениях. К тому времени идея применения геометрии Корбино была основательно забыта, и авторам работы [18] пришлось заново разрабатывать геометрию образца.

2.4.1. Методика эксперимента. Образец в геометрии квази-Корбино (рис. 4) обладает формой квадрата с вытравленной областью в центре, что позволяет иметь две независимые, топологически не связанные границы. К двумерному электронному газу с обеих границ подходят омические контакты. Именно эти контакты задают электрохимические потенциалы границ в квантовом магнитном поле. Металлический затвор окружает внутреннюю область, оставляя непокрытой только Т-образную область двумерного газа между внешней и внутренней границами (рис. 4а). В режиме квантового эффекта Холла при целом факторе заполнения под затвором, меньшем целого фактора заполнения в Т-образной области, часть краевых состояний отражается на границе затвора и перенаправляется вдоль

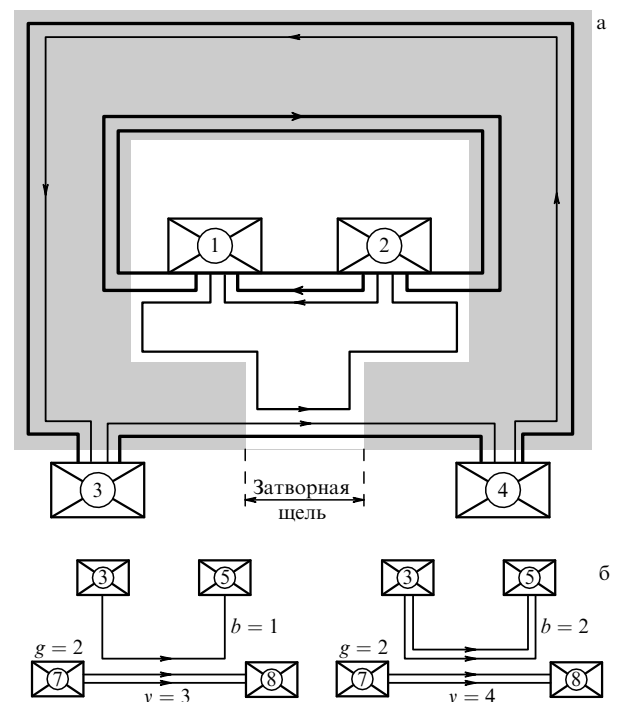


Рис. 4. (а) Схема образца в геометрии квази-Корбино (из работы [23]). Жирными линиями показаны внешний и внутренний края мезы, перерисованные прямоугольники с номерами — омические контакты, область, выделенная темным цветом, — затвор. Структура краевых состояний показана для случая фактора заполнения $g = 1$ под затвором и $v = 2$ вне затвора. (б) Комбинации разных факторов заполнения ($v = b + g$) и краевые состояния в области затворной щели (из работы [18]) — упрощенная схема, на которой показаны только состояния, взаимодействующие в области затворной щели.

затвора к другой границе образца. На внутренней границе образца, не покрытой затвором ("шляпка" буквы Т), все краевые каналы благодаря макроскопическому размеру и нескольким омическим контактам полностью уравновешены. На внешней границе образца область, не покрытая затвором ("ножка" буквы Т), которая в дальнейшем будет называться областью затворной щели или областью взаимодействия, размером порядка нескольких микрон (много меньшим длины выравнивания при низкой температуре) не имеет омических контактов, что сильно затрудняет уравновешивание. Таким образом, при приложении напряжения к парам контактов на внешней и внутренней границе между краевыми состояниями на внешней границе области затворной щели появляется разность электрохимических потенциалов и возникающий в цепи ток представляет собой ток уравновешивания между краевыми состояниями.

При экспериментах в данной геометрии основным источником информации о транспорте являются вольт-амперные характеристики (ВАХ) — зависимость тока между краевыми состояниями от разбаланса (напряжения) между ними. В силу особенностей на ВАХ (см. раздел 2.4.2) измерения должны проводиться при постоянном токе. Именно неосознание необходимости измерений на постоянном токе и экспериментальные сложности, возникающие при таких измерениях, не позволили получить экспериментальные результаты ранее — до экспериментов [18].

Для получения ВАХ в большинстве случаев необходимо использовать четырехточечную схему с заданием тока. Ток между одним из внешних и одним из внутренних контактов, показанных на рис. 4, задается от калибратора, а с оставшейся пары контактов снимается разность потенциалов. (Вследствие наличия выделенного направления, заданного магнитным полем, существуют четыре принципиально различных комбинации контактов.) Использование такой схемы вместе с обязательным сравнением ВАХ при различных комбинациях контактов позволяет выявить и исключить возможное влияние неидеальности омических контактов на экспериментальные результаты.

Предварительные исследования двухточечного магнетосопротивления между контактами на одном краю необходимы для оценки качества контактов (высокоомные, нелинейные и корбино-контакты могут быть легко исключены этим способом). Исследования двухточечного сопротивления между контактами на разных краях образца дают информацию о концентрации носителей в области щели в затворе, а измерения магнетоемкости — о факторах заполнения, доступных под затвором, и степени однородности электронной системы. Такая калибровка образца, дающая значения магнитного поля и затворного напряжения, соответствующие каждой паре факторов заполнения, и номера надежных омических контактов (в реальных образцах их число больше, чем на рис. 4), проводится при каждом охлаждении до снятия ВАХ, обеспечивая их надежность и воспроизводимость. Полученные результаты качественно подтверждались также прямыми измерениями двухточечной ВАХ с заданием напряжения.

Данная геометрия предоставляет исследователю множество степеней свободы. Изменяя фактор заполнения в области затворной щели, с помощью магнитного

поля можно изменять общее число взаимодействующих краевых каналов, а изменяя фактор заполнения под затвором, с помощью затворного напряжения можно разделять каналы на группы, к которым прикладывается разность электрохимических потенциалов и между которыми течет ток (см. рис. 4). В частности, можно исследовать транспорт между краевыми каналами, разделенными спиновой или циклотронной щелью, а в двухслойных структурах — еще и симметрично-антисимметричным или изоспиновым расщеплением.

2.4.2. Переход от режима малого разбаланса к режиму сильного разбаланса. В той же работе [18], где впервые были проведены измерения при сильном разбалансе, была продемонстрирована трансформация ВАХ при измерениях на постоянном токе. Вольт-амперные характеристики при высокой температуре (4 К) являются линейными с наклоном, точно соответствующем равновесному наклону, полученному из бюттикеровского расчета (7) для разных комбинаций омических контактов (рис. 5), что объясняется малой длиной выравнивания (меньшей длины области взаимодействия) при этой температуре.

Приведем пример бюттикеровского расчета в геометрии квази-Корбино для факторов заполнения $\nu = 4$, $g = 2$ в случае образца, показанного на рис. 4. Уравнения для токов через контакты образца могут быть выписаны

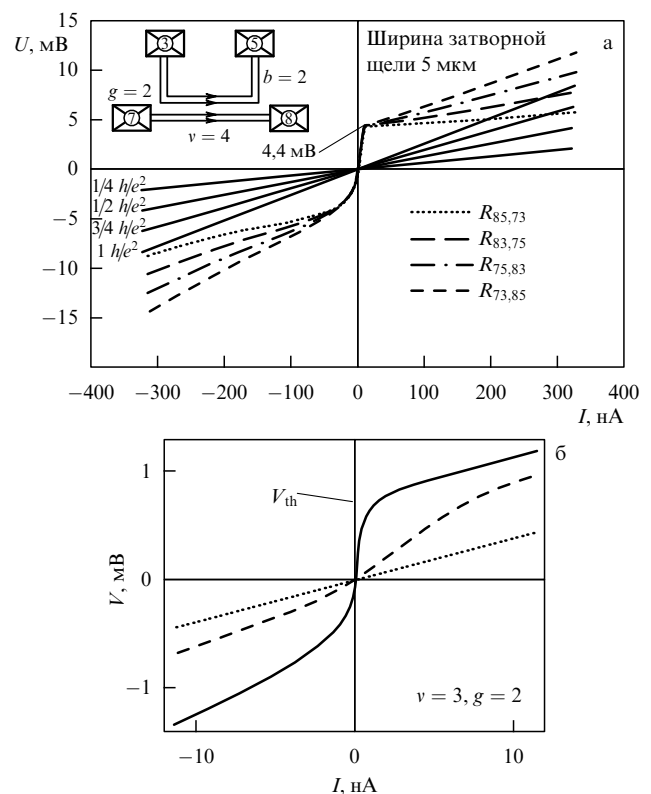


Рис. 5. (а) Вольт-амперные характеристики при высокой (полное уравновешивание) и низкой (режим сильной неравновесности) температуре для транспорта между циклотронно-расщепленными краевыми состояниями (из работы [18]). (б) Трансформация ВАХ при увеличении длины области взаимодействия для транспорта между циклотронно-расщепленными краевыми состояниями (из работы [19]).

в виде (см. (6)):

$$\begin{aligned} I_1 &= 4 \frac{e}{h} \mu_1 - 4 \frac{e}{h} \mu_2, \\ I_2 &= 4 \frac{e}{h} \mu_2 - 2 \frac{e}{h} \mu_1 - 2 \frac{e^2}{h} (T_{21} \mu_1 + T_{23} \mu_3), \\ I_3 &= 2 \frac{e}{h} \mu_3 - 2 \frac{e}{h} \mu_4, \\ I_4 &= 2 \frac{e}{h} \mu_4 - 2 \frac{e}{h} (T_{41} \mu_1 + T_{43} \mu_3), \end{aligned} \quad (9)$$

где I_i — ток, втекающий в контакт i или вытекающий из него, μ_i — электрохимический потенциал контакта i , $\{T_{ij}\}$ — явно выписанная матрица коэффициентов прохождения для транспорта между крайвыми состояниями в области затворной щели. Элементы этой матрицы не являются независимыми — в силу условия сохранения полного заряда в области затворной щели

$$\begin{aligned} T_{21} + T_{41} &= 1, \\ T_{23} + T_{43} &= 1. \end{aligned} \quad (10)$$

Ввиду симметричности задачи $T_{23} = T_{41}$. Следовательно, все коэффициенты прохождения могут быть выражены через единственный параметр $T = T_{23}$.

Пусть ток течет между контактами 4 и 1, а контакты 3 и 2 используются для измерения падения напряжения. Тогда ток, текущий по образцу, есть $I_{41} = I_1 = -I_4$, а отсутствие тока через потенциальные контакты означает, что $I_2 = I_3 = 0$. Измеряемое падение напряжения является разностью электрохимических потенциалов контактов 2 и 3, т.е. $eU_{32} = \mu_3 - \mu_2$. Решая систему уравнений (9) и учитывая соотношения (10), находим

$$U_{32} = \frac{2 - T}{4T} \frac{h}{e^2} I_{41}. \quad (11)$$

Равновесный наклон получается при подстановке равновесного значения $T = 1/2$.

При понижении температуры до 30 мК длина выравнивания резко возрастает [10] и наступает режим сильной неравновесности. Вольт-амперная характеристика становится сильно нелинейной и несимметричной (см. рис. 5) с выраженным пороговым поведением правой ветви при линейном ходе после порога и нелинейной левой ветвью. Сходная трансформация ВАХ наблюдалась [19] и при низкой температуре в случае изменения длины области взаимодействия (см. рис. 5) (методика, позволяющая это реализовать, подробно описана в разделе 3.4.3).

2.4.3. Интерпретация нелинейных вольт-амперных характеристик. Объяснить поведение ВАХ, подобное описанному в разделе 2.4.2, можно только с помощью так называемой модели мягкого края, в которой край представляет собой чередующиеся полосы сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости (рис. 6). Для фактора заполнения 2 в непокрытой затвором части образца в области взаимодействия вблизи внешней границы есть две сжимаемые полосы, разделенные несжимаемой полосой с локальным фактором заполнения 1. Электрохимический потенциал каждой сжимаемой полосы определяется электрохимическим потенциалом

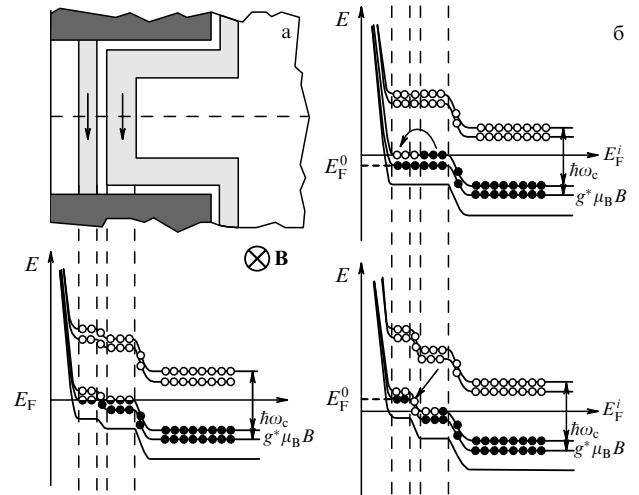


Рис. 6. (а) Структура края образца в области взаимодействия крайвых состояний в условиях равновесия при факторе заполнения 2 в объеме. Два уровня энергии, расщепленные по спине, выходят на край и образуют структуру сжимаемых и несжимаемых полос. (б) Структура края образца в области взаимодействия крайвых состояний при приложении напряжения между сжимаемыми полосками. При положительном напряжении вследствие отрицательного заряда электрона потенциальный барьер между крайвыми состояниями уменьшается вплоть до значения, соответствующего случаю плоских зон. При отрицательном напряжении барьер растет и деформируется. (Из работы [18].)

соответствующего (внутреннего или внешнего) контакта.

При приложении напряжения к паре контактов у разных границ образца возникает разность электрохимических потенциалов между сжимаемыми полосками в области взаимодействия. Эта разность потенциалов падает на несжимаемой полосе, находящейся между сжимаемыми, и влияет на профиль потенциала в ней. Так, при одном знаке напряжения потенциальный барьер между крайвыми состояниями становится меньше и исчезает при напряжении, равном величине соответствующей спектральной щели (см. рис. 6), что приводит к резкому возрастанию тока при этом напряжении и полному уравниванию между крайвыми состояниями при больших разностях потенциалов. При другом знаке приложенного напряжения потенциальный барьер возрастает, что приводит к появлению сильно нелинейной ветви ВАХ.

2.4.4. Спектральные исследования. Таким образом, анализ ВАХ в данной геометрии позволяет определить величину энергетической щели, разделяющей крайвые состояния по положению порогового напряжения на правой (положительной) ветви ВАХ. Оказалось, что величина щели равна объемному значению расщепления между соответствующими уровнями энергии. Этот факт был сначала продемонстрирован для циклотронных щелей [18], что оправдывает применение модели мягкого края и экспериментально подтверждает мягкость травленного края в режиме ЦКЭХ. Все рассуждения относительно ВАХ можно было бы провести и для резкого края, но измеренная щель была бы значительно больше, чем объемное значение (см. раздел 2.1.2, в котором введены определения для мягкого и резкого края). Для достаточно чистых образцов было показано

[20], что щель между спин-расщепленными краевыми состояниями соответствует объемному обменно-увеличенному фактору Ланде [21].

2.4.5. Установление равновесия на краю. В работе [22] кроме спектроскопических исследований было проведено исследование процесса установления равновесия при разбалансах, превышающих величину спектральной щели в транспорте между циклотронно-расщепленными краевыми состояниями. Экспериментально исследовался наклон линейной части правой ветви вольт-амперной кривой (после порога) (рис. 7). Оказалось, что при сильном разбалансе между краевыми состояниями может не быть перераспределена не вся разность электрохимических потенциалов, а только часть, превышающая величину спектральной щели. В этой работе также был модифицирован формализм Бюттикера путем явного включения локальной характеристики транспорта между краевыми состояниями (вместо матрицы интегральных коэффициентов T_{ij}) — параметра α , который равен отношению перенесенной между краевыми состояниями разности электрохимических потенциалов и разрешенной к перераспределению разности электрохимических потенциалов.

Продемонстрируем введение этого параметра на примере образца, представленного на рис. 4. При напряжениях, меньших порогового, ток в области затворной щели между краевыми состояниями практически отсутствует. Это означает, что они покидают область затворной щели с исходными электрохимическими потенциалами μ_1 и μ_3 . При напряжениях, больших порогового, возникает ток между краевыми состояниями, следовательно, только часть исходной разности электрохимических потенциалов, $\mu_3 - \mu_1 - eV_{th}$, может быть перераспределена. Введем параметр α , описывающий, какая часть от этой разности реально передается в области затворной щели: $\alpha(\mu_3 - \mu_1 - eV_{th})e/h$. Параметр α прост для интерпретации. Так, для комбинации факторов заполнения $\nu = 4$, $g = 2$ полное уравнивание соответствует перераспределению величины $\mu_3 - \mu_1 - eV_{th}$ на две равные части, т.е. $\alpha = 1/2$. Краевые состояния покидают область взаимодействия с электрохимическими потенциалами $\mu_1 + \alpha(\mu_3 - \mu_1 - eV_{th})$ и $\mu_3 - \alpha(\mu_3 - \mu_1 - eV_{th})$ соответственно. Тогда бюттикерская система уравнений (9) может быть записана как

$$\begin{aligned} I_1 &= 4 \frac{e}{h} \mu_1 - 4 \frac{e}{h} \mu_2, \\ I_2 &= 4 \frac{e}{h} \mu_2 - 2 \frac{e}{h} \mu_1 - 2 \frac{e}{h} [\mu_1 + \alpha(\mu_3 - \mu_1 - eV_{th})], \\ I_3 &= 2 \frac{e}{h} \mu_3 - 2 \frac{e}{h} \mu_4, \\ I_4 &= 2 \frac{e}{h} \mu_4 - 2 \frac{e}{h} [\mu_3 - \alpha(\mu_3 - \mu_1 - eV_{th})]. \end{aligned} \quad (12)$$

Решение системы уравнений (12) для комбинации контактов, использованной в расчете (9), приводит к соотношению

$$U_{32} - V_{th} = \frac{2 - \alpha}{4\alpha} \frac{h}{e^2} I_{41}. \quad (13)$$

Отметим, что соотношение (13) описывает ток при напряжении, превышающем пороговое. Следовательно,

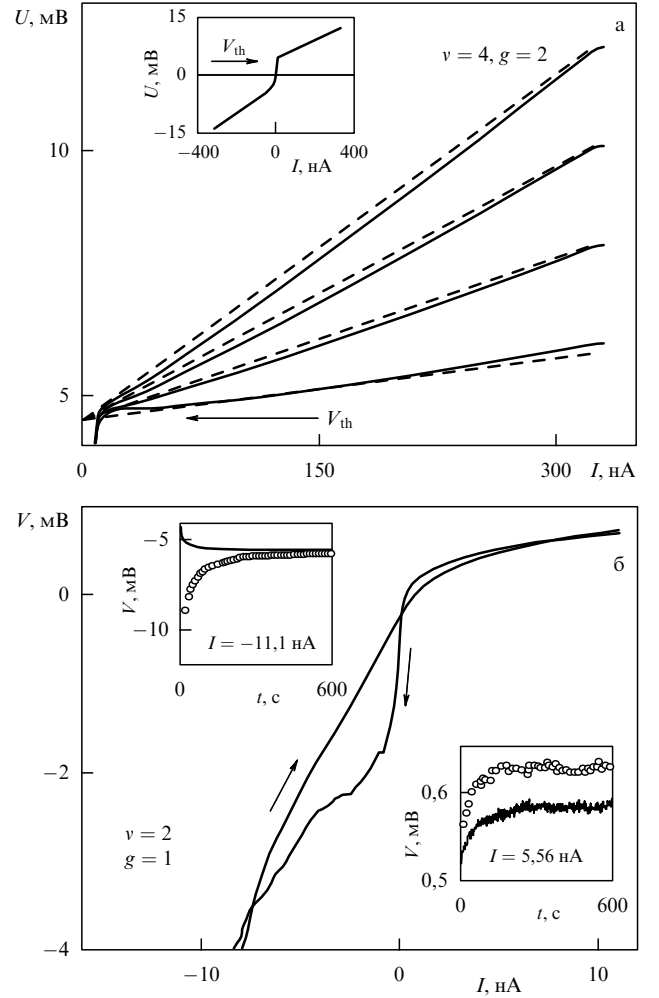


Рис. 7. (а) Наклоны линейных участков вольт-амперных кривых (сплошные линии) для разных комбинаций контактов и их подгонка (штриховые линии) с помощью единого параметра α (из работы [22]). Вставка показывает вид полной вольт-амперной кривой при транспорте между краевыми состояниями, разделенными циклотронной щелью. (б) Гистерезис на ВАХ при транспорте с переворотом спина и релаксационные кривые (из работы [23]).

при постоянном наклоне линейной положительной ветви ВАХ, показанной на рис. 7, параметр α является постоянным, в отличие от соответствующего бюттикерского коэффициента T , который при нелинейной ВАХ оказывается также нелинейным.

Этот единственный параметр α является универсальным — он полностью описывает наклоны линейных участков ВАХ при любой комбинации контактов (см. рис. 7) и зависит только от физики транспорта между краевыми состояниями. Численное значение α позволяет судить о степени установления равновесия между краевыми состояниями.

2.4.6. Транспорт с переворотом спина — установление динамической ядерной поляризации. Транспорт между спин-расщепленными краевыми состояниями должен сопровождаться переворотом спина (спин-флип) электрона. В основном спин-флип обеспечивается спин-орбитальным взаимодействием [10], но для части электронов осуществляется так называемый флип-флоп-процесс — за счет сверхтонкого взаимодействия одновременно

переворачиваются спины электрона и ядра. Такой процесс даже при относительно высоких температурах приводит к установлению области динамической поляризации ядерных спинов, в которой статическая ядерная поляризация внешним магнитным полем незначительна [12, 13].

Процесс установления динамической ядерной поляризации был исследован в случае сильного разбаланса в работе [23], где исследовались ВАХ для транспорта между спин-расщепленными краевыми состояниями в геометрии квази-Корбино. На вольт-амперных характеристиках в этих условиях наблюдается значительный гистерезис, особенно на левой (отрицательной) ветви (см. рис. 7). Сравнение с ВАХ, полученными в случае транспорта без переворота спина (через циклотронную щель) в том же поле и при той же степени беспорядка, показало, что гистерезис не связан с медленной перезарядкой образца от контактов. В работе [23] было показано, что гистерезис обусловлен именно динамической поляризацией ядер в области взаимодействия образца — возникающее при этом эффективное поле Оверхаузера влияет на величину спинового расщепления, которая определяет потенциальный барьер между краевыми состояниями, что отражается на токе для всех электронов, а не только тех, вращение спина которых обусловлено флип-флоп-процессом, что и приводит к заметному гистерезису ВАХ.

В работе [23] были исследованы релаксационные кривые (см. вставки рис. 7), что позволило выявить два значения времени релаксации — порядка 25 и 200 с. Первое время соответствует установлению области динамической ядерной поляризации на участке транспорта между краевыми состояниями, второе — установлению стабильного участка поляризованных ядерных спинов в образце вследствие конкуренции диффузии ядерного спина и ухода спина из системы.

2.5. Краевые состояния в двойных квантовых ямах

Более сложным объектом для исследований являются туннельно-связанные двойные электронные слои, или двухслойные системы, которые реализуются обычно в двойных квантовых ямах, разделенных туннельно-прозрачным барьером (рис. 8), или в широких квантовых ямах, где разделение на слои происходит из-за кулоновского отталкивания. Вследствие туннелирования между слоями даже объемный спектр таких систем достаточно сложен.

Простейшим случаем является симметричная двойная квантовая яма. В симметричной ситуации даже в нулевом магнитном поле существует симметрично-антисимметричное расщепление, которое возникает из-за снятия двукратного вырождения уровня энергии в двух одинаковых туннельно-связанных квантовых ямах. Вырождение снимается благодаря образованию двух общих энергетических подзон с симметричной и антисимметричной в пространстве волновыми функциями. Разность энергий этих подзон и называется симметрично-антисимметричным расщеплением.

В несбалансированных двухслойных системах каждому слою соответствует своя лестница уровней Ландау [24]. В мягких системах, где перенос заряда между слоями приводит к значительной перестройке уровней энергии, квантующее магнитное поле способно вызвать гибридизацию слоев с образованием общих подзон, как и в

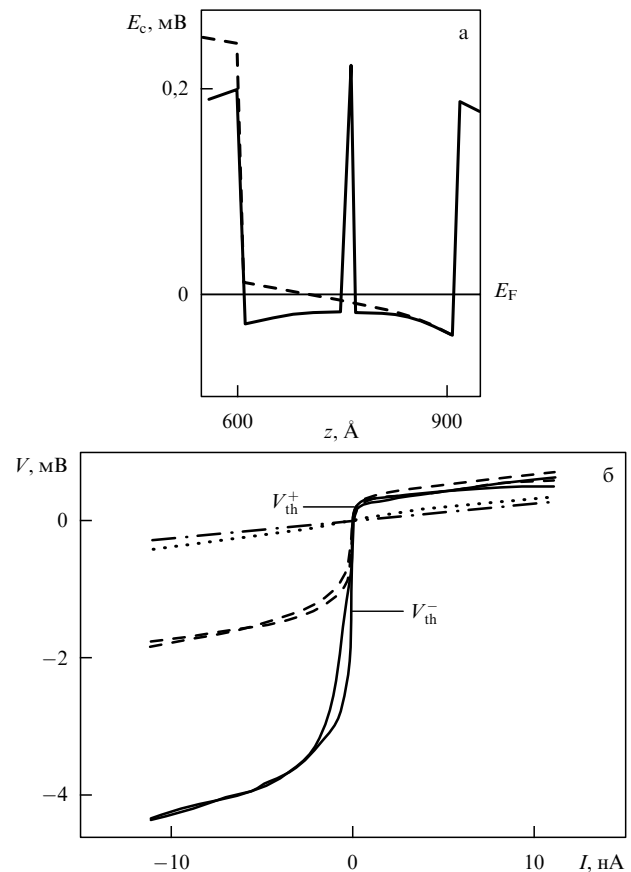


Рис. 8. (а) Профиль дна двойной квантовой ямы с узким туннельным барьером в симметричной и несимметричной ситуациях (из работы [36]). (б) Трансформация вольт-амперной характеристики транспорта между спин-расщепленными краевыми состояниями в двухслойной системе при приближении к точке объемного фазового перехода из сильно нелинейной в почти линейную и исчезновение гистерезиса (из работы [33]).

симметричном случае в нулевом магнитном поле [25]. Однако введение компоненты магнитного поля в плоскости двумерной системы делает волновые функции разных слоев неортогональными даже для разных орбитальных квантовых чисел, что приводит к образованию общих подзон при всех факторах заполнения в любых (квантующих) магнитных полях [26]. Для описания такого рода эффектов полезно ввести новое квантовое число — изоспин, который равен $\pm 1/2$ для электрона, целиком принадлежащего одному из электронных слоев. Гибридизация слоев и образование подзон приводят к смешению этих состояний [25].

На краю образца на общий уровень Ферми выходят краевые состояния, происходящие в общем случае от разных частей квантовой ямы или подзон, в зависимости от симметрии ямы. Уровни энергии, различающиеся новым квантовым числом — изоспином, могут образовывать довольно сложную структуру на краю и даже пересекаться. В таком случае заранее невозможно предсказать даже систематику краевых состояний, не говоря о транспорте между ними. Исследование этого вопроса чрезвычайно важно как само по себе, так и ввиду многочисленных экспериментов по увлечению (drag) между слоями, в которых влияние транспорта на краю обычно игнорируется.

2.5.1. Трансформация структуры краевых состояний при фазовом переходе в объеме образца. В симметричном случае к циклотронному и спиновому расщеплениям добавляется симметрично-антисимметричное расщепление, которое в слабых полях больше зеемановского, а в сильных полях меньше [27–29]. В промежуточных полях, где эти расщепления должны были бы сравняться, вследствие электрон-электронного взаимодействия возникает новая, так называемая наклонная антиферромагнитная фаза [30–32]. Объемный переход в эту фазу из области слабых полей наблюдался в работе [29], из области сильных — в работе [28]. Таким образом, можно было ожидать особенностей в транспорте между краевыми состояниями вблизи точки объемного фазового перехода.

Такие особенности в транспорте наблюдались в работе [33], где было продемонстрировано исчезновение несжимаемой полосы, разделяющей краевые состояния, по мере приближения к точке объемного фазового перехода (см. рис. 8). Исчезновение на ВАХ гистерезиса, имеющегося вдали от фазового перехода и являющегося характерным для транспорта между спин-расщепленными краевыми состояниями, также указывает на исчезновение потенциального барьера между краевыми состояниями по мере приближения к точке объемного фазового перехода, так как гистерезис связан с влиянием эффективного поля Оверхаузера на потенциальный барьер (см. раздел 2.4.6).

Важным следствием этого наблюдения является тот факт, что структура краевых состояний соответствует структуре объемного спектра и следует за ней даже при сложных перестройках этого спектра.

2.5.2. Реализация топологических дефектов в структуре краевых состояний. Принцип Паули не запрещает краевым состояниям пересекаться, если они описываются различающимися квантовыми числами. Например, на рис. 9 показано пересечение спин-расщепленных краевых состояний. Такие пересечения были названы дефектами в топологической структуре краевых состояний, или топологическими дефектами. Возможность существования этих дефектов была предсказана теоретически [34, 35]. Экспериментальная проблема заключается в реализации и наблюдаемости таких дефектов. В частности, пересечения на рис. 9 могут не оказывать никакого влияния на транспорт между краевыми состояниями — пространственное пересечение не влияет на переворот спина, который и определяет транспорт между спин-расщепленными краевыми состояниями.

Тем не менее единственным способом детектирования топологических дефектов остается транспорт между краевыми состояниями, который удобнее всего исследовать в геометрии квази-Корбино [18]. Наличие затвора в геометрии квази-Корбино позволяет, в том числе, изменять симметрию квантовой ямы под затвором и соответственно энергетический спектр, а тот факт, что систематика краевых состояний соответствует систематике объемного спектра, позволяет реализовать топологические дефекты в структуре краевых состояний [36].

Если в области взаимодействия между краевыми состояниями яма несимметрична, то электроны в краевых состояниях четко описываются ориентацией спина и изоспина. Вброс же электронов из-под затвора может происходить либо из изоспин-поляризованного состоя-

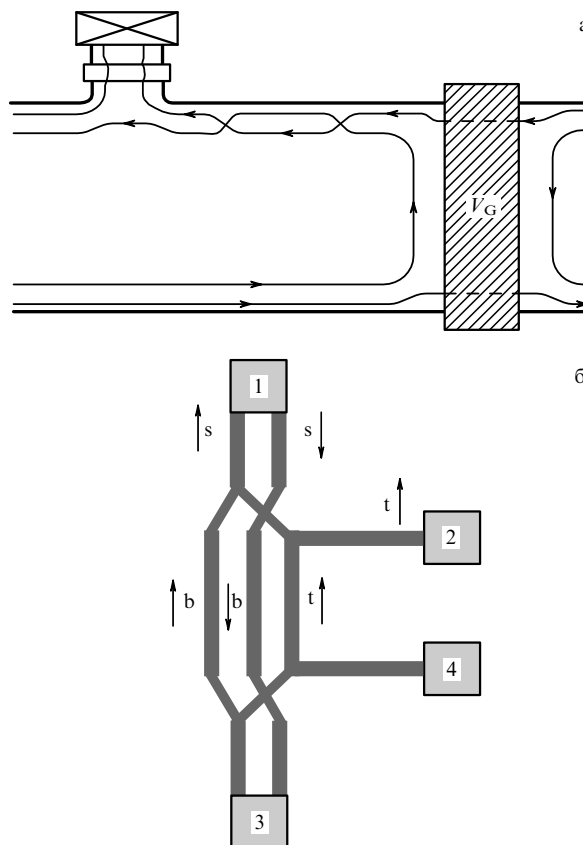


Рис. 9. (а) Простейший пример топологических дефектов в структуре краевых состояний. (Из работы [35].) (б) Схема реализации топологических дефектов в структуре краевых состояний. Выходящие из-под затвора краевые состояния расщеплены по спину и находятся в смешанном (симметричном) изоспиновом состоянии (s — симметричное состояние, t , b обозначают принадлежность соответственно верхнему и нижнему слою). В области взаимодействия вследствие исходной несимметричности квантовой ямы краевые состояния расщеплены как по спину, так и по изоспину. Необходимость сохранения спина и изоспина приводит к перестройке структуры краевых состояний у границ затвора и их пересечениям — топологическим дефектам. (Из работы [36].)

ния, либо из смешанного. В последнем случае вследствие сохранения изоспина при вбросе электроны будут перераспределяться между краевыми состояниями, вызывая их пересечения (см. рис. 9) — топологические дефекты — и равенство электрохимических потенциалов всех краевых состояний в области взаимодействия, что проявляется в полной линейности ВАХ в нормальном магнитном поле (рис. 10). Введение поля в плоскости смешивает состояния в области взаимодействия по изоспину, устраняя топологические дефекты, что проявляется в возникновении обычной для такой ситуации сильнонелинейной ВАХ (см. рис. 10). Дальнейшее увеличение поля в плоскости уменьшает спектральные щели в объеме, что приводит к уменьшению щели между краевыми состояниями (как видно по уменьшению порога на ВАХ) и отражается также на их топологической структуре. Таким образом, в работе [36] продемонстрированы существование топологических дефектов и возможность управления их возникновением и исчезновением.

Пример возможного влияния топологических дефектов дает работа [37], в которой при прецизионных измерениях компонент тензора сопротивления в режиме

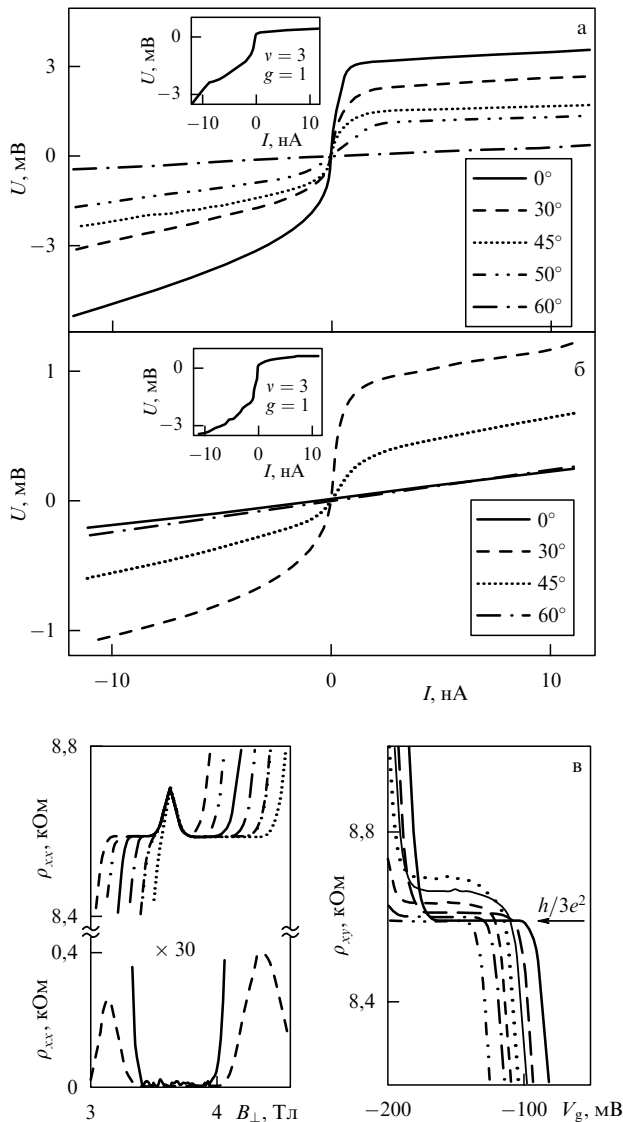


Рис. 10. Экспериментальное проявление топологических дефектов в структуре краевых состояний: (а) ВАХ образца, не имеющего топологических дефектов в структуре краевых состояний в нормальном магнитном поле; (б) трансформация ВАХ при возникновении и исчезновении топологических дефектов в области взаимодействия — линейная ВАХ скачком становится сильнонелинейной, а затем медленно преобразуется в слабонелинейную (из работы [36]); (в) сдвиг уровня холловского плато при сохранении бездиссипативного режима — как пример влияния топологических дефектов на транспорт в двуслойных структурах (из работы [37]).

ЦКЭХ в двуслойной системе был обнаружен сдвиг уровня холловского плато без появления диссипативной компоненты сопротивления (см. рис. 10) в некоторых областях фазовой диаграммы. Такой сдвиг может объясняться только исчезновением уравнивания на краю в этих областях (поскольку межслоевой транспорт в объеме в этих областях запрещен [25]).

2.6. Коллективные возбуждения на краю

Практически с начала изучения двумерных электронных систем проводились исследования коллективных возбуждений. Как и в трехмерных, в двумерных системах коллективные моды в отсутствие магнитного поля являются плазменными колебаниями — плазмонами с характерной плазменной частотой. В квантующем маг-

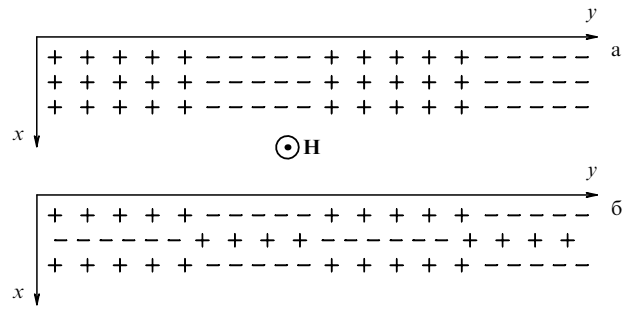


Рис. 11. Долгоживущие флуктуации заряда на краю образца в ЦКЭХ — краевые магнетоплазмы: (а) основная (заряженная) мода, (б) нейтральная мода. (Из работы [43].)

нитном поле (т.е. в режиме ЦКЭХ) такие колебания называют магнетоплазмами ввиду зависимости спектра от магнитного поля. Наконец, при наличии границы появляется новая ветвь магнетоплазменных колебаний — краевой магнетоплазмон, спектр которого имеет бесщелевой характер. Несмотря на то, что краевые магнетоплазмы, как и любые плазменные колебания, не переносят заряд, они оказывают существенное влияние на транспортные свойства двумерных систем.

2.6.1. Спектр краевых магнетоплазмов. Наиболее полное теоретическое исследование спектров краевых магнетоплазмов для различных экспериментальных геометрий (диск, полуплоскость, узкая полоса, наличие или отсутствие металлического затвора) было проведено в работе [38]. Во всех случаях спектр оказывался бесщелевым и, как правило, близким к линейному, $\omega \sim k$. Для систем с металлическим затвором электрические поля экранируются на расстояниях порядка расстояния до затвора, что приводит к полностью линейному закону дисперсии. Например, для геометрии полуплоскости с затвором закон дисперсии задается формулой

$$\omega = 2\pi\sigma_{xy}k\sqrt{\frac{d}{l}}, \quad (14)$$

где σ_{xy} — холловская проводимость, d, l — расстояние до затвора и ширина полосы накопления заряда соответственно. Таким образом, краевые магнетоплазмы представляют собой долгоживущие флуктуации заряда на краю образца (рис. 11), движущиеся вдоль края с групповой скоростью $v = d\omega/dk$. Скорость их распространения определяется холловской компонентой проводимости, а затухание — диссипативной компонентой, которая стремится к нулю в режиме ЦКЭХ.

Очевидно, что исследование краевых магнетоплазмов интересно как само по себе, так и с точки зрения изучения сложной структуры края. На мягком краю заряд может накапливаться только в сжимаемых полосках, что приводит (теоретически) к зависимости скорости распространения возбуждений от реальной структуры края (например через ширину области накопления заряда l в формуле (14)).

2.6.2. Экспериментальное наблюдение. Экспериментальное наблюдение краевых магнетоплазмов начиналось с резонансных исследований в частотном диапазоне [39], где было доказано их существование, исследован закон дисперсии и затухание. Тем не менее чувствительности спектра к структуре края в этих работах не наблюдалось.

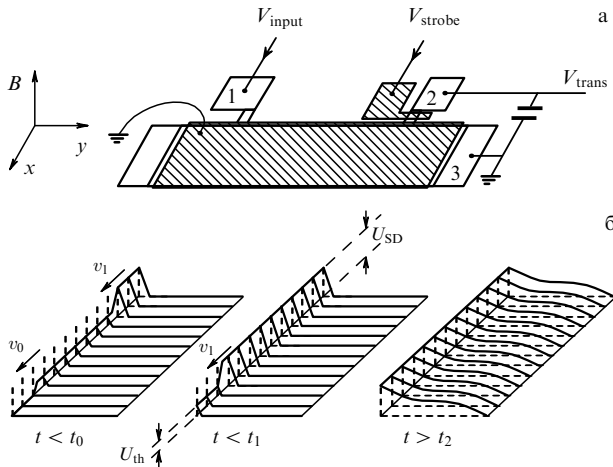


Рис. 12. (а) Исследование скорости распространения волновых пакетов краевых магнетоплазмонов. На контакт 1 подается прямоугольный импульс напряжения относительно земли (контакт 3). Измеряется амплитуда напряжения на контакте 2 в зависимости от времени. Основной затвор служит для изменения фактора заполнения в двумерном электронном газе и экранирования электрических полей, дополнительный — для подавления паразитных сигналов. (Из работы [42].) (б) Установление потенциала на краю — распространение пакетов краевых магнетоплазмонов по краевым состояниям и дальнейшее их распространение вглубь образца; U_{SD} — приложенное напряжение (source-drain). (Из работы [41].)

Другой подход заключается в проведении время-разрешенных исследований распространения волновых пакетов, состоящих из краевых магнетоплазмонов [40–42]. В этих экспериментах фактически изучалась скорость установления потенциала на краю образца (в структурах с затвором эта скорость, $v = d\omega/dk$, одинакова для всех k) — скачок потенциала прикладывался к одному из потенциальных контактов и исследовалось изменение потенциала на другом контакте в зависимости от времени. К достоинствам данной методики следует отнести высокую чувствительность (связь между излучателем и исследуемой системой, с одной стороны, и исследуемой системой и приемником, с другой стороны, — идеальная), что важно при измерениях вблизи металлического затвора. Затвор позволял изменять фактор заполнения (число полосок на краю) и экранировал электрические поля, сужая полосу накопления заряда краевого магнетоплазмона до ширины краевой области. Качественный результат этих экспериментов приведен на рис. 12: при приложении к контакту скачка потенциала вдоль края распространяются волновые пакеты краевых магнетоплазмонов, устанавливая краевой потенциал [41]. Число пакетов и их скорости определяются числом и шириной сжимаемых полос на краю. Одновременно с установлением потенциала края (характерное время σ_{xy}^{-1}) идет растекание тока вглубь образца, которое, однако, происходит при заметно больших временах (скорость определяется значением σ_{xx} , в режиме ЦКЭХ $\sigma_{xx} \ll \sigma_{xy}$). Таким образом, коллективные возбуждения на краю являются ответственными за установление потенциала края.

2.6.3. Нейтральные моды — теория и возможность экспериментального наблюдения. Кроме основной моды краевых возбуждений, описанной в разделе 2.6.2, возможно существование и других мод, в которых плотность

заряда изменяется не только вдоль края, но и перпендикулярно ему (рис. 11б). Такие моды, которые были предсказаны теоретически [43], названы нейтральными (ввиду возможной средней нейтральности заряда на краю), или акустическими модами. Их возникновение можно представить, например, следующим образом. Коллективные возбуждения изучаются в узкой полоске двумерного газа. Тогда обычные моды краевых магнетоплазмонов, существующие у края, не могут рассматриваться как независимые — поля, создаваемые ими, влияют друг на друга и моды образуют единое нейтральное возбуждение. При наличии рядом нескольких таких полосок, как на мягком краю, мы получим осцилляцию заряда возбуждения в направлении, перпендикулярном краю образца (рис. 11б).

Нейтральные моды невозможно обнаружить в экспериментах типа описанных выше именно из-за средней нейтральности заряда этих мод. Такие попытки предпринимались, например, с помощью индуктивного возбуждения краевого магнетоплазмона [44] на травленном краю мезы в предположении его дальнейшего распространения вдоль границы двух факторов заполнения, созданной затвором. На такой границе краевой магнетоплазмон должен был бы распространяться в узкой полосе, что могло бы привести к возбуждению нейтральной моды в этой полосе. Несмотря на рекордно высокую чувствительность экспериментальной установки, определенно судить о наличии нейтральной моды оказалось невозможным.

Исследование нейтральных мод важно не только само по себе. Эти моды ответственны за установление потенциала на краю при перераспределении заряда через несжимаемые полосы двумерной системы, т.е. за туннельную плотность состояний. В режиме ЦКЭХ перераспределение заряда в основном определяется одночастичной проницаемостью туннельного барьера и ее зависимостью от приложенного напряжения, которая дает экспоненциальный вклад в транспортный ток (см. раздел 2.4.3). Туннельная плотность состояний является при этом предэкспоненциальным фактором, что делает ее экспериментальное определение практически невозможным. Тем не менее в режиме ДКЭХ вследствие малости спектральных щелей эффекты нейтральных мод, как будет показано в разделе 3.4.4, становятся важными.

2.7. Основные выводы для целочисленного квантового эффекта Холла

Итак, подведем итог результатов исследования краевых состояний в режиме ЦКЭХ.

- В условиях ЦКЭХ краевой потенциал для реальных систем можно считать плавным. На краю существует структура сжимаемых и несжимаемых полос электронной жидкости, соответствующая систематике уровней энергии в объеме образца.

- Формализм Бюттикера чувствителен только к интегральным величинам — электрохимическим потенциалам краев и полному рассеянию между краевыми состояниями и поэтому правильно описывает ток вдоль края в режиме ЦКЭХ и позволяет учесть перераспределение тока между краевыми состояниями.

- В условиях как сильного, так и слабого разбаланса между краевыми состояниями уравнивание происходит путем переноса электронов через несжимаемые

полосы. Этот процесс целиком определяется одночастичной туннельной прозрачностью барьера в таких полосах и ее зависимостью от внешних параметров.

- На краю существуют долгоживущие бесщелевые коллективные возбуждения (краевые магнетоплазмы), спектр которых соответствует структуре полос электронной жидкости. Наблюдать эффекты возбуждения нейтральных коллективных мод в условиях ЦКЭХ не представляется возможным.

- Структура краевых состояний для двухслойных туннельно-связанных систем соответствует структуре объемного спектра и следует за ней даже при существенных перестройках этого спектра, что приводит к возможности возникновения топологических дефектов в краевых состояниях. Эффекты транспорта между краевыми состояниями должны обязательно учитываться при анализе транспортных экспериментов в двухслойных системах.

3. Краевые состояния в дробном квантовом эффекте Холла

Как уже упоминалось во введении, исследования в режиме дробного эффекта Холла — это исследования в режиме сильного взаимодействия. Соответственно, при изучении краевых состояний требуется последовательный учет взаимодействия, что делает задачу чрезвычайно сложной. Так, многие экспериментальные результаты, полученные в этой области, все еще ждут объяснения, и, наоборот, многие теоретические предсказания до сих пор не проверены экспериментально. Здесь будут представлены только те результаты, которые достоверно установлены экспериментально.

3.1. Современное понимание дробного квантового эффекта Холла

Поскольку режим дробного эффекта Холла — это режим системы многих сильно взаимодействующих частиц, метода точного решения задачи с реальным гамма-тоном не существует. Взаимодействие перестраивает основное состояние системы частиц, и новое основное состояние не может быть получено как слабая поправка к невзаимодействующей системе исходя из теории возмущений. Достаточно рано стало понятным, что новое основное состояние — это не вигнеровский кристалл с дальним порядком (который был бы запиннигован примесями, в результате чего конечная холловская проводимость оказалась бы невозможной), а состояние сильно взаимодействующей квантовой жидкости. При теоретическом описании такой квантовой жидкости оказались продуктивными два подхода: метод среднего поля (на основе гипотезы о композитных фермионах) и угадывание волновой функции основного состояния (подход Лафлина). Второй способ в теории дробного квантового эффекта Холла оказался самым продуктивным — с него мы и начнем.

3.1.1. Вариационная функция Лафлина. Лафлин [45] предложил использовать для описания основного состояния в режиме ДКЭХ при $\nu = 1/3$ волновую функцию вида

$$\Phi_m(z) = \prod_{i < j} (z_i - z_j)^m \prod_k \exp\left(-\frac{|z_k|^2}{4l_H^2}\right), \quad (15)$$

где $z_i = x_i - iy_i$ — комплексная (в плоскости) координата частицы, l_H — магнитная длина.

Волновая функция (15) обладает следующими достоинствами:

- при $m = 1$ является точной волновой функцией целиком заполненного низшего уровня Ландау;

- антисимметрична по перестановке пары частиц при нечетном m (вследствие наличия степенного множителя $(z_i - z_j)^m$), т.е. учитывает фермионную статистику;

- стремится к нулю при приближении частиц друг к другу (показатель степени m определяет скорость обнуления), учитывает динамическое отталкивание частиц;

- является точной для систем с малым числом частиц ($N = 3 - 10$), что подтверждается численным расчетом.

Предположив, что волновая функция основного состояния имеет вид (15), Лафлин провел вариационный расчет энергии основного состояния для дробных факторов заполнения вида $\nu = 1/(2k + 1)$, $k = 1, 2, 3, \dots$ (так называемая основная лафлиновская последовательность), используя m как вариационный параметр. Оказалось, что

- энергия основного состояния минимальна при $m = 1/\nu = 3, 5, 7, \dots$ и в этих условиях значительно ниже энергии основного состояния вигнеровского кристалла;

- элементарные возбуждения отделены от энергии основного состояния щелью с характерным масштабом энергии $0,1e^2/\epsilon l_H$, где ϵ — диэлектрическая проницаемость;

- элементарные возбуждения несут заряд $e/m = e\nu$;

- из возбуждений с данным нечетным m можно сконструировать дочерние основные состояния с большим нечетным m , т.е. частично объясняется иерархия состояний в режиме ДКЭХ.

Последний результат является наиболее сложным для понимания в теории Лафлина, и он же дает путь проверки теории — из него прямо следует, что если ДКЭХ наблюдается для "пятых" дробных факторов заполнения ($\nu = n/5$, $n = 1, 2, 3, 4$), то он обязательно должен наблюдаться и на "третьих". Обратное, вообще говоря, неверно. Данный факт всегда подтверждается в эксперименте: по мере совершенствования чистоты и однородности двумерной системы сначала проявляется ДКЭХ на "третьих" дробях, потом на "пятых", затем идут "седьмые" и т.д.

Другое предсказание теории Лафлина, допускающее независимую проверку, заключается в том, что в теории заложена симметрия между основными состояниями для факторов заполнения ν и $1 - \nu$. В частности, основное состояние для фактора заполнения $\nu = 2/3$ может быть построено как основное состояние для дырок с фактором заполнения $\nu = 1/3$ на фоне целиком заполненного нижнего уровня Ландау. Это состояние может быть построено и как спин-поляризованное, и как спин-неполяризованное [46]. В слабых магнитных полях энергетически более выгодным является спин-неполяризованное основное состояние, в сильных — спин-поляризованное. Таким образом, при увеличении магнитного поля должен произойти фазовый переход из спин-неполяризованного состояния в спин-поляризованное.

Такой фазовый переход действительно наблюдался экспериментально [47]. На рисунке 13 показано, как исчезает и вновь возникает состояние ДКЭХ для $\nu = 2/3$ при увеличении магнитного поля. Одни из последних результатов в этой области получены в работе [48], где

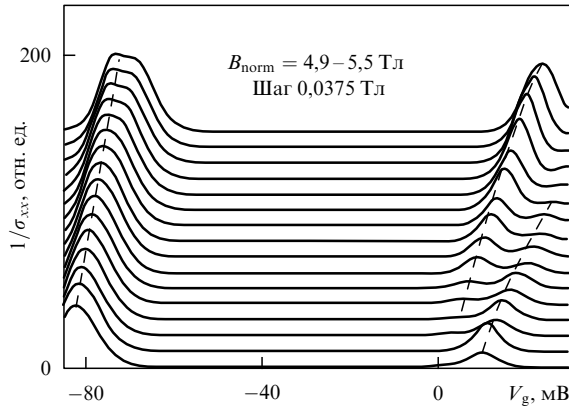


Рис. 13. Фазовый переход из спин-неполяризованного в спин-поляризованное основное состояние при увеличении магнитного поля по измерениям диссипативной компоненты проводимости. В правой части рисунка для фактора заполнения $\nu = 2/3$ видно исчезновение и возникновение состояния ДКЭХ с одновременным существованием двух состояний в некоторой области магнитных полей и концентраций. В левой части рисунка монотонно возрастает пик для $\nu = 1/3$. (Из работы [48].)

исследовался характер фазового перехода в сравнении с характером перехода в наклонную антиферромагнитную фазу [30], также вызванного электрон-электронным взаимодействием. Сравнение позволило утверждать, что фазовый переход между состояниями ДКЭХ происходит путем эволюции доменной структуры вблизи точки перехода.

3.1.2. Гипотеза о композитных фермионах. Другим подходом к описанию системы в режиме дробного эффекта Холла является гипотеза о композитных фермионах [49]. Рассмотрим гамильтониан системы взаимодействующих электронов:

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{(p_i + (e/c)A_i)^2}{2m_b} + \sum_{i \neq j} V(r_i - r_j) + \sum_{i=1}^N U(r_i). \quad (16)$$

Здесь первый и последний члены описывают движение одного электрона в магнитном поле и во внешнем скалярном потенциале (см. раздел 2.1.1), а второй описывает парное взаимодействие электронов; m_b — зонная масса. Понятно, что точно решить уравнение Шрёдингера для большого числа частиц с таким гамильтонианом невозможно.

Идея метода состоит в том, чтобы заменить член взаимодействия фиктивным вектор-потенциалом, действующим на электроны (векторный, а не скалярный потенциал берется для сохранения антисимметрии по отношению к перестановке пары частиц), а затем это поле усреднить. Таким образом, задача сводится к рассмотрению движения *одной* частицы в среднем поле, создаваемом всеми остальными. Модельный гамильтониан запишется как

$$H_{CF} = \frac{(p + (e/c)A - (e/c)\langle a(r) \rangle)^2}{2m_b} + U(r), \quad (17)$$

где $\langle a(r) \rangle$ и есть фиктивный усредненный вектор-потенциал. Заметим, что этот гамильтониан уже является одночастичным и допускает точное решение (известное как квантование Ландау). Важно отметить, что при

таким преобразованием не происходит преобразования эффективной массы — она остается зонной.

Рассматриваемый переход к модельному гамильтониану по сути означает "прикрепление" к каждому электрону двух квантов магнитного потока, направленных против внешнего поля, и рассмотрение движения одной такой частицы (композитного фермиона) в среднем поле всех остальных частиц и внешнем магнитном поле. В результате новые частицы движутся уже в эффективном магнитном поле $B^* = B(1 - 2\nu)$, для них возникают уровни Ландау, разделенные "циклотронной" энергией $\hbar e B^* / (m_b c)$, и дробный эффект Холла может быть описан как целочисленный квантовый эффект Холла для композитных фермионов. Факторы заполнения электронов и композитных фермионов связаны соотношением $p = \nu / (1 - 2\nu)$, $p = 1, 2, \dots$

К достоинствам теории композитных фермионов относятся легкость объяснения иерархии уровней в ДКЭХ, легкость введения спина (как дополнительного зеемановского расщепления уровней композитных фермионов) и, самое главное, введение нового характерного размера — обратного фермиевского импульса, который проявляется в экспериментах по фокусировке [50]. Последний факт до сих пор не получил объяснения в рамках теории Лафлина.

К недостаткам теории композитных фермионов следует отнести неправильный масштаб энергии возбуждения в режиме ДКЭХ (т.е. циклотронной энергии композитных фермионов) и введение нового масштаба энергии — энергии Ферми композитных фермионов, который никак не проявил себя экспериментально. С первой проблемой обычно "справляются", вводя эффективную массу композитных фермионов так, чтобы поведение энергии возбуждения соответствовало теории Лафлина (легко заметить, что эффективная масса при этом зависит от магнитного поля как корень квадратный). К сожалению, данный способ невозможно обосновать в рамках подхода композитных фермионов, что делает эту модель, как минимум, несамосогласованной.

Даже при использовании в теории композитных фермионов энергии возбуждения, полученной в теории Лафлина, остается качественное различие между этими теориями. Именно, в случае подхода Лафлина под ферми-уровнем лежит только энергия основного состояния, в то время как для композитных фермионов под ферми-уровнем существует несколько заполненных уровней, т.е. имеются *щели* под уровнем Ферми. Отсутствие или наличие щелей под уровнем Ферми может быть обнаружено экспериментально, и результаты такого эксперимента станут серьезным свидетельством либо в пользу гипотезы композитных фермионов, либо против нее. Пока такого свидетельства нет, и единственной законченной теорией ДКЭХ остается метод волновой функции Лафлина, который и будет использоваться как основной в настоящем обзоре. Тем не менее ввиду простоты и красоты гипотезы о композитных фермионах далее мы будем давать комментарии и на этом простом "одночастичном" языке.

3.2. Краевые состояния — случай резкого потенциала

Для введения краевых состояний сначала рассмотрим самый простой случай — случай бесконечно резкого краевого потенциала. Этот случай интересен не только как способ первоначального введения краевых состояний

(как для ЦКЭХ), но и с экспериментальной точки зрения, поскольку может быть реализован опытным путем.

3.2.1. Транспорт вдоль края и структура краевых состояний. Макдональд [51] показал, что энергия основного состояния для ДКЭХ поднимается вверх по мере приближения к краю системы с бесконечно резким краевым потенциалом и при пересечении уровня электрохимического потенциала возникает краевое состояние. Неравновесный ток, как и в режиме ЦКЭХ, может быть записан через разность электрохимических потенциалов краевых состояний: $I = (e^*/h)\Delta\mu$, где $e^* = ev$ — эффективный заряд в этом состоянии ДКЭХ. Однако такое описание годится лишь для простых состояний из основной лафлиновской последовательности — факторов заполнения вида $\nu = 1/3, 1/5, 1/7, \dots$. Для других факторов заполнения картина на краю образца будет более сложной. Например, для $\nu = 2/3$ основное состояние согласно Лафлину [45] конструируется как дырочное на фоне целиком заполненного нижнего уровня Ландау. Соответственно в этом случае будут сосуществовать [51] краевые состояния для электронов с целым зарядом (от заполненного уровня Ландау) и для дырок с дробным положительным зарядом (рис. 14). Полный краевой ток определяется суммой токов всех краевых состояний. Тогда можно ввести матрицу коэффициентов прохождения и завершить, таким образом, построение формализма Бюттикера для ДКЭХ [51].

Несмотря на тот факт, что так построенный формализм дает правильные результаты для сопротивления образца в режиме ДКЭХ при различных комбинациях токовых и потенциальных контактов, основное его предсказание — наличие сложной структуры краевых состояний при факторах заполнения, отличных от таковых из основной лафлиновской последовательности, — требует независимой экспериментальной проверки. Прямая проверка в опытах с пересекающим затвором невозможна вследствие мягкости потенциала электростатического затвора. Единственное экспериментальное указание на такую структуру представлено в работе [20], которая будет подробно описана в разделе 3.4.2.

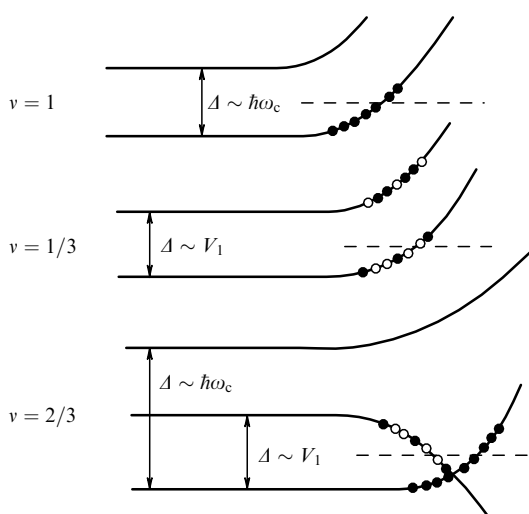


Рис. 14. Возникновение краевых состояний в случае бесконечно резкого краевого потенциала для факторов заполнения 1, 1/3, 2/3. (Из работы [51].)

Такие же результаты достаточно естественно возникают и в подходе композитных фермионов [52] — уровни Ландау для них, эквидистантные в объеме образца, загибаются вверх вблизи края образца. Количество уровней (т.е. количество краевых состояний) определяется числом уровней Ландау для композитных фермионов, т.е. конкретным дробным фактором заполнения, например одно состояние для 1/3 и два для 2/3, в полном согласии с результатом Макдональда [51]. Расчет тока по краевым состояниям [52] в этом случае несколько труднее (из-за различия химических потенциалов электронов и композитных фермионов), но приводит к тем же результатам.

3.2.2. Коллективные моды и туннелирование в край. Важным и интересным является вопрос о коллективных возбуждениях на краю системы в режиме ДКЭХ, где, в отличие от ситуации в ЦКЭХ, межэлектронное взаимодействие должно учитываться последовательно. Это было сделано теоретически в работах Вена [6], который применил к данной задаче модель Латтинджера [5] одномерной взаимодействующей жидкости и показал наличие на краю коллективных возбуждений с бесщелевым спектром. Физически такие возбуждения соответствуют различным модам краевых магнетоплазموнов. Следует отметить, что краевое состояние в режиме ДКЭХ — это, по-видимому, единственная точная реализация хиральной (направленной) латтинджеровской жидкости: край создает одномерность системы, объемные состояния создают бесконечный резервуар, необходимый в модели Латтинджера, магнитное поле определяет выделенное направление, обеспечивающее хиральность электронной жидкости. Таким образом, исследование коллективных возбуждений в режиме ДКЭХ позволяет изучать редкий пример нефермиевской электронной жидкости.

Экспериментальные исследования в этой области в основном сводятся к анализу процессов туннелирования в край двумерной системы. Действительно, как было показано для обоих режимов, ДКЭХ и ЦКЭХ [41, 42], скорость распространения коллективных возбуждений в основном определяется холловской проводимостью σ_{xy} и является малочувствительной к структуре края и особенностям возбуждения коллективных мод. Единственное сообщение о наблюдении медленных акустических мод [53] так и осталось неподтвержденным и, скорее всего, является наблюдением обычного магнетоплазмона, обжевавшего вокруг образца (так называемый round-trip).

С другой стороны, коллективные моды возбуждаются при туннелировании в край системы, и их возбуждение определяет отклик системы на туннелирование в край, другими словами, определяет туннельную плотность состояний. Вен [6] теоретически показал, что туннельная плотность состояний в режиме ДКЭХ имеет бесщелевое поведение, $D(E) \sim E^{1/g-1}$, что приводит к степенной ВАХ $I \sim \int D(eV) dV \sim V^{1/g}$, где для фактора заполнения из основной лафлиновской последовательности $\nu = 1/3$ имеется универсальное соотношение $g = 1/\nu$.

Нефермиевское поведение, с точки зрения функции распределения по импульсам исходных частиц (электронов), проявляется в исчезновении ферми-ступеньки в функции распределения. Ступенька заменяется областью конечной ширины, в которой функция распреде-

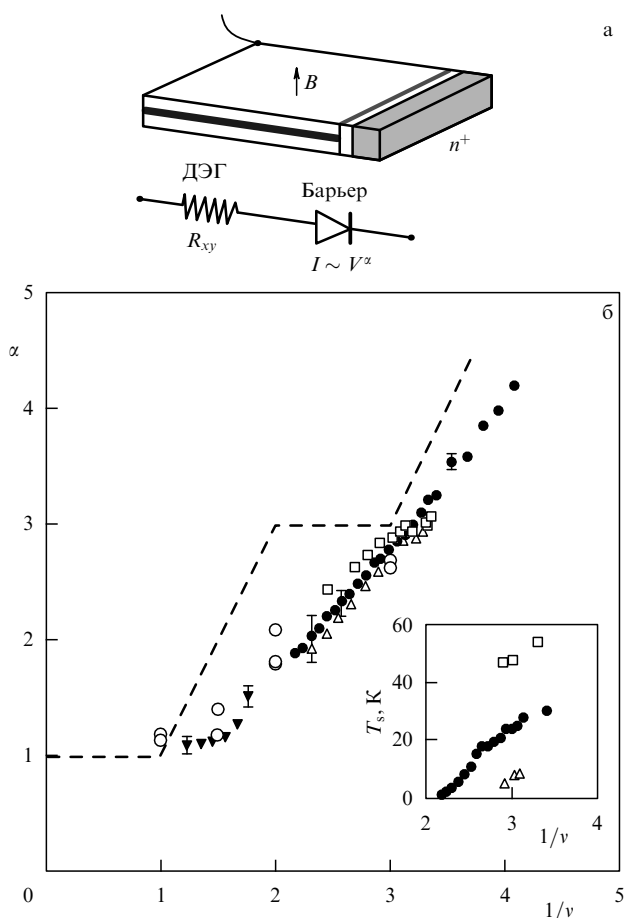


Рис. 15. (а) Схема эксперимента по туннелированию в край с использованием техники наращенного на сколовый край барьера. (б) Экспериментальные показатели степени ВАХ (символы) при разных факторах заполнения на разных образцах, полученных методом наращивания на сколотый край, в сравнении с теоретической зависимостью (штриховая линия). (Из работы [57].)

ления плавно спадает до нуля, причем ширина этой области тем больше, чем сильнее взаимодействие. Конечная температура также вызывает размывание ферми-ступеньки, так что нефермиевские эффекты должны проявляться при температурах, меньших некоторой характерной температуры. Было показано [54], что имеются универсальные скейлинговые соотношения для температурной зависимости туннельной плотности состояний и соответственно ВАХ: $I \sim T^{1/g}$, с тем же универсальным поведением $g = 1/\nu$ для основной лафлиновской последовательности. Эти результаты были подтверждены также в подходе композитных фермионов [55].

При экспериментальном исследовании туннелирования в край необходимо удостовериться, что нелинейность ВАХ вызвана именно возбуждением коллективных мод, а не деформацией туннельного барьера. Последнее всегда имеет место в режиме ЦКЭХ вследствие мягкости края системы. В ДКЭХ ввиду значительно меньших (на несколько порядков) спектральных щелей можно попытаться реализовать случай резкого краевого потенциала. Для этого была применена так называемая техника наращивания на сколотый край [56]. После выращивания высокоподвижной двумерной системы проводится скол боковой поверхности образца

прямо в установке молекулярно-лучевой эпитаксии в условиях высокого вакуума. Затем образец поворачивается сколом вверх, и дальнейшее наращивание проводится на сколотую поверхность. Простейший вариант: наращивается туннельный барьер, а затем — сильнолегированная область для образования туннельного контакта (рис. 15). В экспериментах [56, 57] были продемонстрированы степенные ВАХ при туннелировании в край и температурное скалирование этих характеристик с показателями степеней, близкими к предсказанным [6, 54] для фактора заполнения $\nu = 1/3$. Зависимости показателя степени от фактора заполнения в разных экспериментах и на разных образцах в сравнении с теоретически ожидаемой зависимостью приведены на рис. 15. Как видно из рисунка, различие результатов теории и эксперимента значительно вне окрестности $\nu = 1/3$, что, по-видимому, вызвано образованием на краю структуры сжимаемых и несжимаемых полос. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен в разделе 3.4.2.

3.3. Краевые состояния — случай реального потенциала

Очевидной является идея применить для исследования краевых состояний в режиме ДКЭХ технику пересекающего затвора, которая оказалась продуктивной в режиме ЦКЭХ. Однако на этом пути возникает уже упоминавшаяся трудность: электростатический потенциал пересекающего затвора не может считаться жестким даже в режиме ДКЭХ. Таким образом, необходимо ввести краевые состояния для случая медленно нарастающего краевого потенциала и описать их структуру.

3.3.1. Структура мягкого края и транспорт вдоль края.

При приближении к краю в случае плавного потенциала поднимается дно двумерной подзоны и уменьшается электронная концентрация. Таким образом, можно ввести локальный фактор заполнения, который будет изменяться от объемного значения до нулевого по мере приближения к краю образца. В некоторых точках локальный фактор заполнения должен принимать значения, равные дробным факторам заполнения, при которых наблюдается ДКЭХ. Беенаккер [58] показал, что при условии достаточной чистоты системы и существования ДКЭХ при таких локальных факторах заполнения на краю возникают несжимаемые полоски с конечной шириной, соответствующие этим факторам заполнения (рис. 16). Таким образом, как и в случае ЦКЭХ [14], мягкий край в режиме ДКЭХ представляет собой чередующиеся полосы сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости (рис. 16б).

Отличие от целочисленного случая состоит в том, что теперь невозможно ввести структуру изогнутых на краю уровней Ландау — все происходит на последнем и единственном уровне Ландау. Можно лишь сказать, что в сжимаемых полосках щель отсутствует, в то время как в несжимаемых имеется щель на уровне электрохимического потенциала между основным и возбужденным состояниями. На краях каждой несжимаемой полоски эта щель схлопывается. Бездиссипативный ток, как и в случае ЦКЭХ, переносится основным состоянием, и, поскольку в отсутствие равновесия "избыточный" ток сосредоточен у края несжимаемой области, он может быть описан как краевой ток.

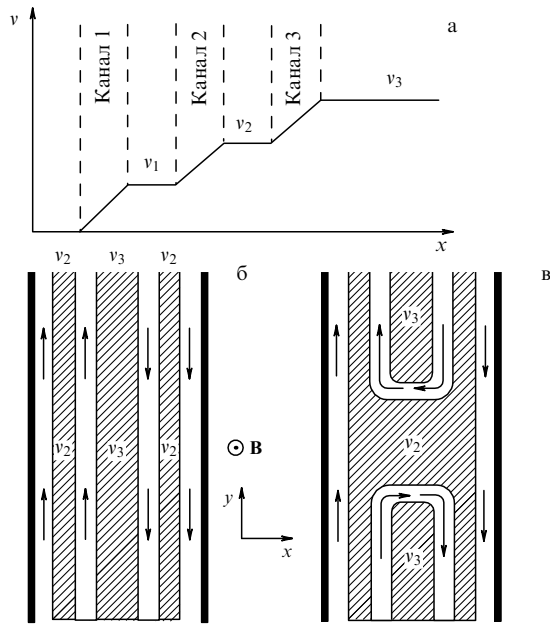


Рис. 16. Плотность электронов при приближении к краю образца (а) — случай мягкого потенциала. Сжимаемые (белые) и несжимаемые (штрихованные) области образца: (б) полоса двумерного газа в режиме квантового эффекта Холла, (в) та же полоса, пересеченная затвором, под которым находится несжимаемое состояние с фактором заполнения, меньшим объемного. (Из работы [58].)

Как и в целочисленном случае, теперь можно ввести [58] аналог формализма Бюттикера:

$$I_i = \frac{e}{h} \left(v_i \mu_i + \sum_{j \neq i} T_{ij} \mu_j \right), \quad (18)$$

где I_i — ток, переносимый краевыми состояниями, вытекающими из контакта i , μ_i — электрохимический потенциал контакта i , v_i — максимальный фактор заполнения для несжимаемых полосок, вытекающих из контакта i . Легко заметить, что формула (18) содержит формулу Бюттикера (6) как частный случай целого v_i , равно как и результат Макдональда [51] для резкого краевого потенциала, вследствие того, что $e^* = ev$. Это и есть проявление того факта, что формализм Бюттикера является достаточно общим интегральным соотношением, не зависящим от деталей структуры края.

Для проверки формализма, как и в целочисленном случае, необходимо поперек образца поместить пересекающий затвор и сузить тем самым множество возможных факторов системы под затвором до единственной величины — значения фактора заполнения одной из краевых полос (рис. 16б, в). Такие эксперименты показали превосходное согласие результатов расчета и измерений [59].

3.3.2. Структура края для реальных краевых потенциалов.

Теперь остается лишь ответить на вопрос: при каких условиях реальный край системы можно считать мягким? Ответ был дан в нескольких работах, где численный расчет как с использованием волновой функции Лафлина [60], так и в подходе композитных фермионов [61] показал, что структура в виде полос сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости возникает уже при ширине края в 5–6 магнитных длин. Иными словами, все

реальные потенциалы (например потенциал травленого края мезы как самый распространенный случай) удовлетворяют этому условию, и даже потенциал сколотого края не может считаться резким, чем, по-видимому, и объясняются отклонения экспериментальных экспонент от расчетных в работах [56, 57].

Подход композитных фермионов оказывается неудачным для анализа мягкого края, поскольку приводит в итоге к тем же соотношениям Беенаккера – Бюттикера и структуре полос электронной жидкости [52, 61] и, кроме того, содержит серьезные технические трудности. Действительно, при факторах заполнения в объеме, больших $1/2$ (например $2/3$), и медленным уменьшении электронной плотности к краю образца приходится пройти область локального фактора заполнения $1/2$. Этой области соответствует бесконечное число заполненных уровней Ландау для композитных фермионов, и соответственно вблизи этой области должно существовать бесконечное число краевых состояний, направленных в противоположные стороны и почти полностью компенсирующих друг друга [52, 61]. Пока нет никаких экспериментальных свидетельств в пользу такой картины. Таким образом, подход композитных фермионов, дающий простую физическую картину для объема образца, приводит к довольно сложной и нефизической картине на мягком краю.

3.3.3. Коллективные моды на плавном краю.

Как уже было описано в разделе 3.3.1, на плавном краю двумерной электронной системы в режиме ДКЭХ существуют полоски несжимаемой электронной жидкости. Краевые коллективные моды возникают у границ этих полосок [60]. Кроме того, вследствие близости краев таких полосок (как друг к другу, так и к краям соседних полосок в случае не очень плавного потенциала) и дальнедействующего характера электрических полей, эти моды взаимодействуют между собой [62], в связи с чем коллективные возбуждения на мягком краю ДКЭХ более всего напоминают нейтральные магнетоплазменные моды, впервые предложенные для целочисленного случая [43]. В результате, при туннелировании в мягкий край ДКЭХ показатель степени туннельной плотности состояний, а следовательно, и ВАХ становятся зависящими от реального профиля краевого потенциала [62], хотя степенное поведение ВАХ остается, что, по-видимому, и было продемонстрировано в работах [56, 57].

3.3.4. Транспорт поперек края при слабом разбалансе.

Как и в режиме ЦКЭХ, исследования транспорта поперек края при слабом разбалансе позволяют определить феноменологическую длину выравнивания между краевыми состояниями. Эти эксперименты проводились в геометрии холловского мостика (холл-бар) с двумя пересекающимися затворами (см. рис. 2). В работах [13, 63, 64] установлено, что длина выравнивания между дробными краевыми состояниями имеет порядок десяти микрон, что значительно меньше, чем в режиме ЦКЭХ. Этот факт объясняется тем, что при слабых разбалансах длина выравнивания определяется в основном параметрами туннельного барьера между краевыми состояниями, который, в свою очередь, зависит от спектральной щели. Именно малость последней в режиме ДКЭХ и определяет малость длины выравнивания. Особенно ясно это продемонстрировано в работе [13], где исследо-

вались процессы динамической ядерной поляризации и их влияние на установление равновесия между краевыми состояниями. Поле Оверхаузера, возникающее вследствие динамической ядерной поляризации [12], влияет на спиновую щель, разделяющую краевые состояния [23], и соответственно на процессы установления равновесия (длину выравнивания), приводя к сильному гистерезису экспериментальных кривых.

Отдельно стоит упомянуть эксперименты на сужениях (квантовых точечных контактах) [65]. В этих экспериментах сужение в двумерной области создается с помощью двух затворов, расположенных близко друг к другу. Структура полос сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости, существующая у каждого из затворов, и близкое расположение затворов позволяют в таких системах исследовать транспорт поперек края. К сожалению, из-за дальнедействующего характера полей затворов приложенное поперек края напряжение деформирует электронную плотность между затворами [66] (иными словами, внутри точечного контакта). Эта перестройка электронной плотности и является основным экспериментальным эффектом в таких исследованиях [65].

3.4. Транспорт поперек края при сильном разбалансе

Как показано в разделе 3.3.3, в экспериментах по туннелированию в мягкий край и установлению равновесия на мягком краю при малых разбалансах невозможно выделить вклад от коллективных мод. Однако сама мягкость края дает способ выделения вклада коллективных мод в режиме сильного разбаланса между краевыми состояниями.

Точная форма потенциального барьера, разделяющего сжимаемые полосы, изначально неизвестна. Однако в условиях сильного разбаланса между краевыми состояниями этот барьер можно с хорошей точностью считать треугольным, а в предельном случае можно смело полагать, что одноэлектронная проницаемость барьера близка к единице. В этих условиях уже невозможно говорить о туннелировании между краевыми состояниями, но можно говорить о транспорте между ними, который теперь определяется только эффектами возбуждения коллективных мод. В этом режиме представляют интерес не только прямые исследования транспорта между краевыми состояниями, но и процессы установления равновесия на краю, поскольку они также определяются возбуждением коллективных мод.

Иными словами, выделить эффекты коллективных мод можно в двух предельных случаях: во-первых, когда приложенный потенциал настолько мал по сравнению с потенциальным барьером, что не деформирует его, и, во-вторых, когда приложенный потенциал настолько велик, что уже больше не деформирует этот барьер. Легко заметить, что второй случай с экспериментальной точки зрения легче реализуется и лучше контролируется.

3.4.1. Методика исследований. Для исследования транспорта при разбалансе, превышающем спектральную щель, использовалась геометрия квази-Корбино, позволяющая создать сильный разбаланс и проводить прямые измерения в этом режиме (об использовании этой геометрии в режиме ЦКЭХ см. раздел 2.4). На рисунке 17 показана структура полос сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости в области затворной щели

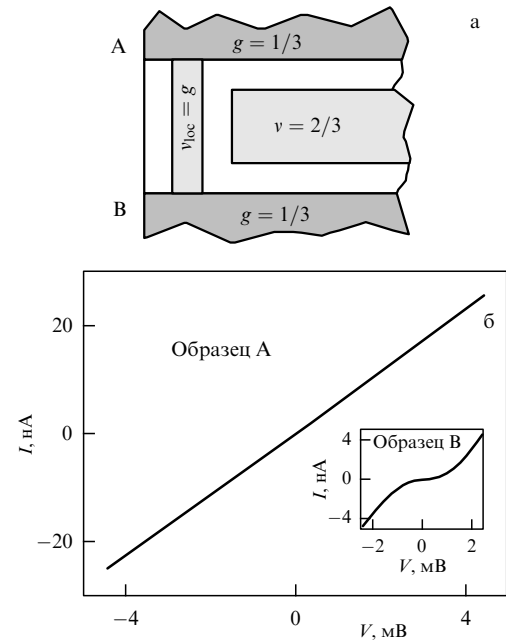


Рис. 17. (а) Структура полос сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости в рабочей области образца для факторов заполнения $\nu = 2/3$, $g = 1/3$ (из работы [68]). (б) Примеры линейной и сильно нелинейной вольт-амперных характеристик на образцах с разной шириной области взаимодействия для факторов заполнения $\nu = 2/3$, $g = 1/3$ (из работы [20]).

такого образца для факторов заполнения $g = 1/3$ под затвором и $\nu = 2/3$ вне затвора.

Приведенная схема построена по данным магнеторезистивных и магнетоемкостных исследований. Так, исследования магнетосопротивления в режиме квантового эффекта Холла позволяют найти поле, соответствующее, например, фактору заполнения $\nu = 2/3$ в непокрытой затвором части образца. Дальнейшие измерения емкости между двумерной системой и затвором при понижении электронной концентрации под затвором позволяют найти значения дробных факторов заполнения ДКЭХ, проявляющихся в данном образце и в данных магнитных полях при понижении электронной концентрации. Поскольку при приближении к краю также имеет место плавное понижение электронной концентрации (см. раздел 3.3), мы можем уверенно полагать, что в данном образце на краю возникнут несжимаемые полосы для тех же факторов заполнения, что наблюдались при понижении электронной концентрации под затвором. Так, в образце из работы [20] для фактора заполнения в объеме $\nu = 1$ при приближении к краю возникают несжимаемые полосы с локальными факторами заполнения $2/3$ и $1/3$. Выбирая фактор заполнения под затвором из этих двух значений, мы выбираем несжимаемую полосу, на которой будет изучаться транспорт.

Как и в случае ЦКЭХ, основным инструментом изучения транспорта является получение вольт-амперных кривых. Измерения транспорта через несжимаемую полосу могут проводиться двумя способами: при задании тока и при задании напряжения. Вследствие особой чувствительности ЦКЭХ к качеству образцов и большой сложности изготовления омических контактов к таким образцам, для определения надежности получаемых результатов необходимо в каждом случае проверять

согласие двух указанных способов измерения ВАХ, независимо оценивать сопротивление и качество контактов на основе магнеторезистивных исследований, использовать разные образцы и их различное охлаждение, сравнивать результаты с известными для режима ЦКЭХ.

Как и в режиме ЦКЭХ, изменяя длину области взаимодействия по отношению к длине выравнивания (которая зависит от температуры и магнитного поля) между крайними состояниями, можно изучать транспорт либо в режиме полного уравнивания (линейные ВАХ), либо в неравновесном режиме (сильно нелинейные ВАХ). Примеры как линейной, так и нелинейной ВАХ для факторов заполнения $v = 2/3$, $g = 1/3$ показаны на рис. 17.

3.4.2. Установление равновесия на краю и структура краевых состояний. Прямые исследования *структуры* коллективных возбуждений на краю (в условиях, когда такая структура предполагается сложной) малореальны — для этого потребовалось бы независимо изучить несколько магнетоплазмонных мод, распространяющихся одновременно [42]. Однако возможен не прямой способ исследования. При установлении равновесия на краю при сильном начальном разбалансе транспорт поперек несжимаемой полоски идет с возбуждением тех же самых коллективных мод, которые, в свою очередь, устанавливаются краевой потенциал и, таким образом, влияют на процесс установления равновесия [67]. Данные эффекты не учитываются одночастичной теорией Бюттикера – Беенакера. Следовательно, сравнивая экспериментальное равновесное сопротивление с рассчитанным по Бюттикеру, можно судить о влиянии коллективных возбуждений на краю.

В работе [20] исследовалось установление равновесия на краю образца с целью сравнения структуры краевых состояний с ожидаемой. Для этого исследовался транспорт через несжимаемые полосы, соответствующие локальным факторам заполнения $v_{loc} = g = 2/3, 1/3$ при факторе заполнения в объеме $v = 1$. Такой способ исследований позволяет изучать процессы установления равновесия при одной и той же структуре полос в области взаимодействия, при одном и том же беспорядке, т.е. в максимально одинаковых условиях, изменяя лишь электронную концентрацию под затвором, т.е. осуществляя контакт между разными сжимаемыми полосками. Бюттикерский расчет (см. разделы 2.4.2 и 3.3.1) дает для обеих комбинаций факторов заполнения одинаковые равновесные значения сопротивления. Однако эксперимент [20] показал, что равновесные сопротивления различаются: наклон равновесной кривой для транспорта через несжимаемую полосу с локальным фактором заполнения $2/3$ оказался значительно *меньшим* ожидаемого, в то время как для транспорта через полосу с фактором заполнения $1/3$ — близким к нему. Разница в наклонах равновесных кривых уменьшается с введением компоненты магнитного поля в плоскости образца.

Обнаруженную в эксперименте [20] разницу наклонов нельзя списать на сопротивление контактов, так как измеренные сопротивления *меньше* равновесных, что в терминологии формализма Бюттикера соответствует *избыточному* переносу заряда между крайними состояниями, механизм которого в рамках этого формализма предложить затруднительно. С другой стороны, фактор заполнения $2/3$ выделяется в данном эксперименте лишь

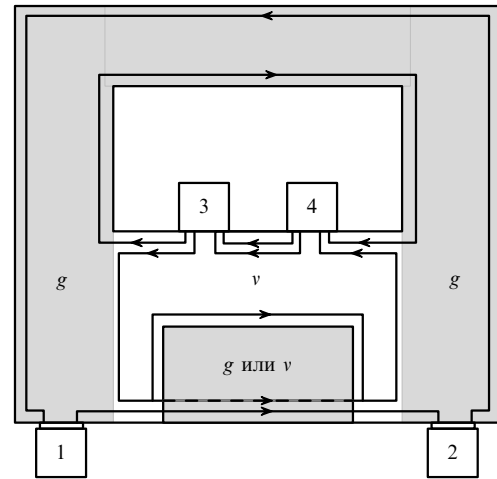


Рис. 18. Схема образца для исследования уравнивания на краю при больших масштабах длин. (Из работы [19].)

тем, что для краев полоски $2/3$ ожидается сложная структура коллективных мод [6, 51], взаимодействие между которыми и определяет "избыточное" уравнивание краевых состояний. Таким образом, эксперимент [20] впервые продемонстрировал наличие нескольких ветвей коллективных возбуждений на краю системы в режиме ДКЭХ при факторе заполнения $2/3$.

3.4.3. Установление равновесия на краю на больших масштабах длин. В работе [19] исследование влияния коллективных мод на процесс установления равновесия на краю проводилось при изменении щели в затворе (области взаимодействия). Задачей исследования являлось осуществление трансформации сильнонелинейной вольт-амперной кривой в линейную (см. рис. 17), не меняя состояния двумерной электронной системы в образце. Для этих исследований структура образца в геометрии квази-Корбино была модифицирована (рис. 18).

Область щели в затворе у внешней границы была сделана макроскопически большой, около 800 мкм. В эту область помещался дополнительный затвор, отделенный от основного щелями шириной по 5 мкм. Таким образом, измерения можно было проводить в двух режимах:

1) дополнительный затвор заземлен, электронная концентрация под ним равна концентрации вне затвора. При этом область взаимодействия краевых состояний имеет ширину 800 мкм;

2) дополнительный затвор находится под потенциалом основного и разделяет краевые состояния (ширина затвора 200 мкм, что достаточно для полного прекращения транспорта между крайними состояниями): одно идет под затвором, другое — по его краю. Существуют две области взаимодействия краевых состояний по 5 мкм шириной, разнесенные на макроскопическое расстояние и потому независимые. Полная ширина области взаимодействия в этом случае составляет 10 мкм.

Таким образом, изменяя напряжение на дополнительном затворе, можно управлять шириной области взаимодействия.

Трансформация вольт-амперных кривых для факторов заполнения $v = 2/3$, $g = 1/3$ при изменении размера области взаимодействия от 10 до 800 мкм пока-

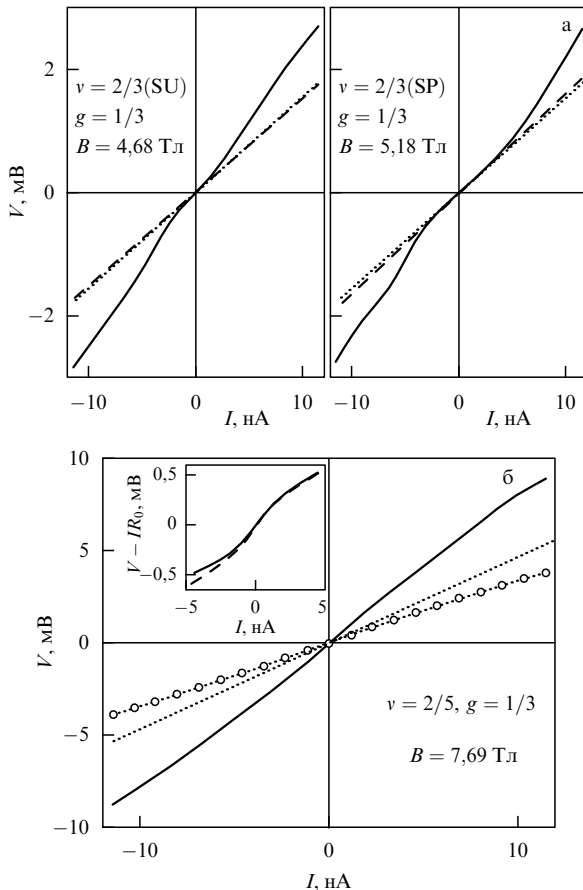


Рис. 19. (а) Трансформация ВАХ при увеличении области взаимодействия для факторов заполнения $\nu = 2/3$, $g = 1/3$ при двух спиновых поляризациях состояния $\nu = 2/3$ — SP (spin-polarized) и SU (spin-unpolarized). (б) Трансформация ВАХ при увеличении области взаимодействия для факторов заполнения $\nu = 2/5$, $g = 1/3$. Сплошные кривые соответствуют малой длине области взаимодействия, штриховые — макроскопической длине области взаимодействия, пунктирные — равновесным теоретическим кривым; пунктирная кривая, отмеченная кружками, — главный результат эксперимента. На вставке показано скалирование вольт-амперных кривых, полученных для разных длин области взаимодействия и продемонстрирована их нелинейность. (Из работы [19].)

зана на рис. 19. Как и ожидалось, при этих факторах заполнения кривые из слабонелинейных превращаются в линейные, наклон которых совпадает с ожидаемым из расчета Бюттикера–Беенаккера. Линейность центрального участка кривых означает, что при малых разбалансах длина уравнивания не превышает длины области взаимодействия, что позволяет оценить ее масштаб в 10 мкм. Это соответствует результатам работ [63, 64], выполненных при малых разбалансах.

Наиболее неожиданным результатом является трансформация кривых для факторов заполнения $\nu = 2/5$, $g = 1/3$ (см. рис. 19). Слабонелинейная ВАХ, проходящая выше равновесной расчетной кривой, позволяет оценить длину выравнивания между краевыми состояниями величиной, большей 10 мкм. При увеличении длины области взаимодействия ВАХ остается слабонелинейной (см. вставку рис. 19б), но лежит ниже равновесной расчетной кривой, что в терминах одночастичной картины Беенаккера–Бюттикера соответствовало бы избыточному (более чем на четверть) переносу заряда. Нелинейные кривые для обеих ширины области взаимо-

действия могут быть сведены к одной кривой с помощью растяжения (или сжатия) по оси токов, при этом коэффициент масштабирования в 40 раз меньше, чем отношение длин областей взаимодействия.

Следует отметить, что эксперименты с краевыми состояниями для факторов заполнения, отличных от $2/3$ и $1/3$, до работы [19] не проводились. Чем же так интересен и чем выделяется фактор заполнения $2/5$? Рассмотрим структуру сжимаемых и несжимаемых полос в области взаимодействия более подробно (см. рис. 17).

Структура полос для факторов заполнения $\nu = 2/3$, $g = 1/3$ и $\nu = 2/5$, $g = 1/3$ качественно схожа. Более того, транспорт идет через одну и ту же несжимаемую полосу, соответствующую локальному фактору заполнения $1/3$. Однако ширина сжимаемой полосы, отделяющей эту полосу от объема образца, в этих двух случаях различна. При одинаковом краевом потенциале эта ширина определяется разностью локальных факторов заполнения: $2/3 - 1/3 = 1/3$ и $2/5 - 1/3 = 1/15$. Таким образом, объемный фактор заполнения $2/5$ находится очень близко к несжимаемой полосе, через которую осуществляется транспорт. Следовательно, коллективные моды в данном случае возбуждаются не только на границах полосы с фактором заполнения $1/3$, но и на границе объемного фактора заполнения $2/5$, т.е. мы имеем реализацию мягкой магнетоплазменной моды [43]. При этом ввиду особенного характера коллективных мод на границе $2/5$ ожидается их значительное влияние на процессы установления равновесия [67].

3.4.4. Транспорт через несжимаемую полосу при сильном разбалансе. Исследование уравнивания в работах [20, 19] позволило экспериментально показать влияние мягких коллективных мод на транспорт через несжимаемую полосу, но его результаты мало подходят для количественного анализа этих мод. Для этого более подходящим является исследование транспорта на малых длинах — фактически точечного возбуждения коллективных мод.

Рассмотрим ток, переносимый поперек несжимаемой полосы, представленной на рис. 17а, в зависимости от длины выравнивания:

$$I = R_{\text{eq}}^{-1} V \left[1 - \exp \left(-\frac{L_{\text{AB}}}{l_{\text{eq}}} \right) \right]. \quad (19)$$

При $L_{\text{AB}} \ll l_{\text{eq}}$ форма вольт-амперной кривой напрямую отражает поведение длины выравнивания при изменении разбаланса между краевыми состояниями. Длина выравнивания, в свою очередь, отражает поведение вероятности перехода между краевыми состояниями, $l_{\text{eq}} \sim w^{-1}$, которая может быть записана как произведение одночастичной проницаемости потенциального барьера и туннельной плотности состояний: $w \sim T_0(V)D(V, T)$. Поскольку при сильном разбалансе, как отмечалось в разделе 3.4, барьер можно считать треугольным, одночастичная проницаемость, которая может быть записана как $\exp(-CA^{3/2}/V)$, при сильном разбалансе (большем дробной щели) стремится к единице.

Так как известно, что для дробных факторов заполнения при малых разбалансах длина выравнивания составляет порядка 10 мкм, в работе [68] использовались образцы с шириной рабочей области в 0,5 мкм.

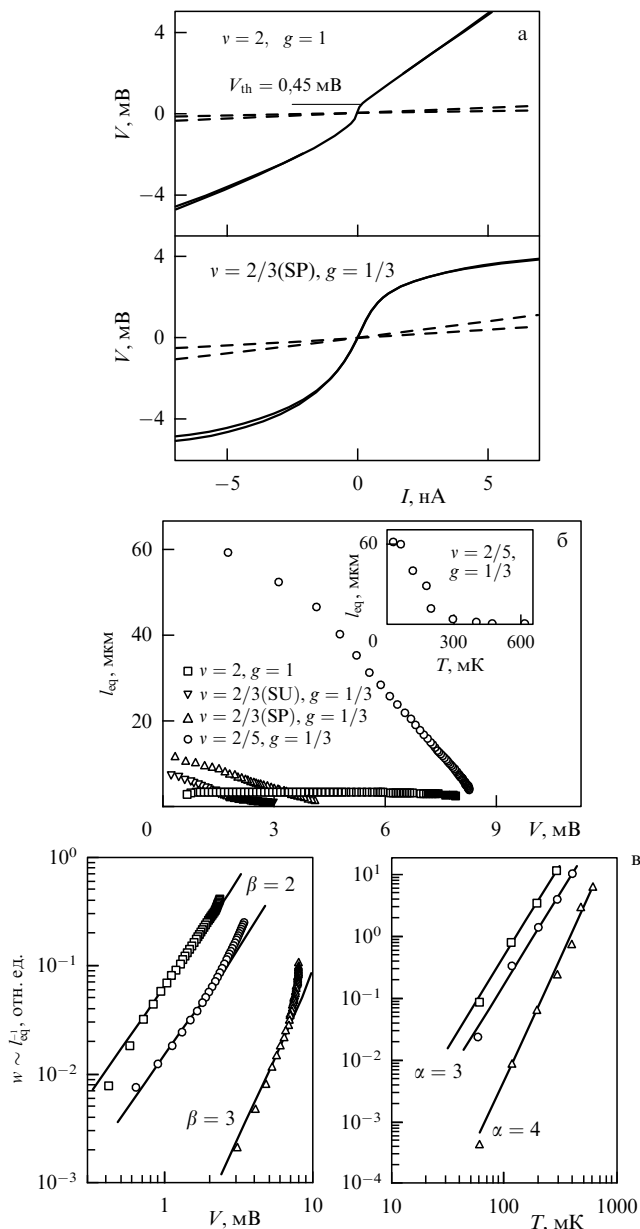


Рис. 20. (а) Примеры вольт-амперных характеристик для целых и дробных факторов заполнения для образцов с малой шириной рабочей области — 0,5 мкм. Сплошные кривые соответствуют экспериментальным данным, штриховые — равновесным теоретическим кривым. (б) Длина выравнивания для разных факторов заполнения в зависимости от величины разбаланса. (в) Степенное поведение вероятности перехода на мягком краю при изменении разбаланса и температуры. (Из работы [68].)

На рисунке 20а показаны примеры ВАХ для целых и дробных факторов заполнения для образцов с малой шириной рабочей области. Отличие ВАХ для дробных факторов заполнения от хорошо известной ВАХ в случае целого фактора заполнения заключается в том, что 1) отсутствует порог, 2) ВАХ сильно нелинейна во всем диапазоне напряжений и 3) почти симметрична. Такое поведение ВАХ наблюдается для всех дробных факторов заполнения.

Результаты расчета длины выравнивания с помощью формулы (19) для разных факторов заполнения показаны на рис. 20б. Для целых факторов заполнения поведение l_{eq} соответствует известному, вызванному деформацией

потенциального барьера между крайевыми состояниями, а для дробных факторов заполнения поведение l_{eq} в [68] исследовано впервые.

Зависимость вероятности перехода в указанных условиях от разбаланса и температуры отражает зависимость от этих параметров туннельной плотности состояний. Последняя определяется эффектами коллективных мод и имеет степенной характер. Степенное поведение вероятности перехода было продемонстрировано в работе [68] (рис. 20в), при этом экспериментально определенные показатели степени в зависимостях от напряжения и температуры различаются на единицу (как и должно быть при возбуждении коллективных мод [6, 54]). Значения показателей степени, которые в этих условиях были определены впервые, нуждаются в теоретическом осмыслении. Эти показатели различны для факторов заполнения $\nu = 2/3, g = 1/3$ и $\nu = 2/5, g = 1/3$, что вызвано возбуждением коллективных мод и на границе объемного фактора заполнения $\nu = 2/5$, т.е. возбуждением мягкой магнетоплазменной моды.

3.5. Основные выводы

для дробного квантового эффекта Холла

Итак, подведем итог результатов исследования краевых состояний в режиме ДКЭХ.

- Основные результаты в объяснении ДКЭХ получены с помощью теории Лафлина.
- Гипотеза о композитных фермионах, несмотря на красоту и простоту, пока не является окончательно подтвержденной и требует как экспериментальных, так и теоретических исследований.
- Край системы в условиях дробного эффекта Холла представляет собой чередующиеся полосы сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости.
- Скорость распространения коллективных возбуждений вдоль края образца определяется в основном холловской проводимостью и, как и в режиме ЦКЭХ, является малочувствительной к структуре края.
- Для краевых состояний влияние туннельной плотности состояний, определяемой коллективными эффектами, наиболее отчетливо наблюдается в двух предельных случаях: бесконечно высокого барьера, который не деформируется приложенным потенциалом, и бесконечно узкого барьера, который является полностью прозрачным для одночастичного туннелирования.

- Влияние туннельной плотности состояний проявляется во всех эффектах, связанных с транспортом между крайевыми состояниями, — как при прямом исследовании транспорта, так и при исследовании уравновешивания между крайевыми состояниями.

4. Заключение

Кратко наметим вопросы, исследование которых представляется важным для дальнейшего развития рассматриваемой области физики.

Графен. В последнее время были созданы двумерные структуры на основе графена — тонких (один-два монослоя) пленок графита на поверхности оксида кремния [69]. В таких структурах, в которых достигнута высокая подвижность, уже наблюдался квантовый эффект Холла. Особый интерес к графену вызван предположением, что спектр для носителей в двумерной подзоне является линейным, что должно сказаться на многих физических

свойствах. Исследование краевых состояний в графене — совершенно новая и открытая область.

Реконструкция края. Вопрос о влиянии электрон-электронного взаимодействия на структуру краевых состояний время от времени вновь поднимается в теоретических публикациях. Так, в работах [70] предсказана достаточно сложная перестройка электронной плотности на краю (реконструкция края): наличие локального максимума на самом краю, резкого падения плотности практически до нуля и последующего ее постепенного возрастания до объемного значения. Такая структура никогда не наблюдалась экспериментально. Возможно, однако, что ее можно создать искусственно, подобно тому, как это было сделано для реализации топологических дефектов. Открытым также остается вопрос о реконструкции края в графеновых образцах.

Благодарности. Автор выражает благодарность В.Т. Долгополову за плодотворные обсуждения во время написания данного обзора и Д.Е. Фельдману за ценные замечания, способствовавшие пониманию многих теоретических работ. Работа выполнена при поддержке РФФИ, программ РАН, программы "Государственная поддержка ведущих научных школ", Фонда содействия отечественной науки и Президентского гранта поддержки молодых ученых МК-4232.2006.2.

Список литературы

1. Хайкин М С *Письма в ЖЭТФ* **4** 164 (1966); *ЖЭТФ* **55** 1696 (1968)
2. *Квантовый эффект Холла* (Под ред. Р.Пренджа, С Гирвина) (М.: Мир, 1989)
3. Landauer R *Philos. Mag.* **21** 863 (1970)
4. Büttiker M *Phys. Rev. B* **38** 9375 (1988)
5. Luttinger J M *J. Math. Phys.* **4** 1154 (1963)
6. Wen X-G *Phys. Rev. B* **43** 11025 (1991); *Phys. Rev. Lett.* **64** 2206 (1990); *Phys. Rev. B* **44** 5708 (1991)
7. Haug R J *Semicond. Sci. Technol.* **8** 131 (1993)
8. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика: Нерелятивистская теория* (М.: Физматлит, 2001)
9. Halperin B I *Phys. Rev. B* **25** 2185 (1982)
10. Müller G et al. *Phys. Rev. B* **45** 3932 (1992)
11. Khaetskii A V *Phys. Rev. B* **45** 13777 (1992)
12. Dixon D C et al. *Phys. Rev. B* **56** 4743 (1997)
13. Machida T et al. *Phys. Rev. B* **65** 233304 (2002)
14. Chklovskii D B, Shklovskii B I, Glazman L I *Phys. Rev. B* **46** 4026 (1992)
15. Ahlswede E et al. *Physica E* **12** 165 (2002)
16. Thouless D J *Phys. Rev. Lett.* **71** 1879 (1993)
17. Müller G et al. *Surf. Sci.* **263** 280 (1992)
18. Würtz A et al. *Phys. Rev. B* **65** 075303 (2002)
19. Deviatov E V et al. *Phys. Rev. B* **74** 073303 (2006)
20. Deviatov E V et al. *Письма в ЖЭТФ* **82** 598 (2005)
21. Dolgoplov V T et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 729 (1997)
22. Deviatov E V, Dolgoplov V T, Würtz A *Письма в ЖЭТФ* **79** 618 (2004)
23. Deviatov E V et al. *Phys. Rev. B* **69** 115330 (2004)
24. Davies A G et al. *Phys. Rev. B* **54** R17331 (1996)
25. Dolgoplov V T et al. *Phys. Rev. B* **59** 13235 (1999)
26. Deviatov E V et al. *Письма в ЖЭТФ* **71** 724 (2000)
27. Sawada A et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 4534 (1998); *Phys. Rev. B* **59** 14888 (1999)
28. Pellegrini V et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 310 (1997); *Science* **281** 799 (1998)
29. Khrapai V S et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 725 (2000)
30. Das Sarma S, Sachdev S, Zheng L *Phys. Rev. Lett.* **79** 917 (1997); *Phys. Rev. B* **58** 4672 (1998); Demler E, Das Sarma S *Phys. Rev. Lett.* **82** 3895 (1999); Brey L, Demler E, Das Sarma S *Phys. Rev. Lett.* **83** 168 (1999)
31. Jungwirth T et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** 2328 (1998); MacDonald A H, Platzman P M, Boebinger G S *Phys. Rev. Lett.* **65** 775 (1990)
32. Iordanski S V, Kashuba A *Письма в ЖЭТФ* **75** 419 (2002)
33. Deviatov E V et al. *Письма в ЖЭТФ* **79** 206 (2004)
34. Dempsey J, Gelfand B Y, Halperin B I *Phys. Rev. Lett.* **70** 3639 (1993); Gelfand B Y, Halperin B I *Phys. Rev. B* **49** 1862 (1994)
35. Rijks L, Bauer G E W *Phys. Rev. B* **50** 8629 (1994)
36. Deviatov E V et al. *Phys. Rev. B* **72** 041305(R) (2005)
37. Deviatov E V et al. *Письма в ЖЭТФ* **75** 36 (2002)
38. Волков В А, Михайлов С А *ЖЭТФ* **94** 217 (1988)
39. Wassermeier M et al. *Phys. Rev. B* **41** 10287 (1990); Grodnensky I, Heitmann, von Klitzing K *Phys. Rev. Lett.* **67** 1019 (1991); Talyanskii V I et al. *Phys. Rev. B* **46** 12427 (1992)
40. Ashoori R C et al. *Phys. Rev. B* **45** 3894 (1992); Zhitenev N B *Письма в ЖЭТФ* **55** 722 (1992)
41. Zhitenev N B et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 2292 (1993)
42. Ernst G et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 3748 (1997)
43. Aleiner I L, Glazman L I *Phys. Rev. Lett.* **72** 2935 (1994)
44. Deviatov E V et al. *Appl. Phys. Lett.* **71** 3655 (1997)
45. Laughlin R B *Phys. Rev. Lett.* **50** 1395 (1983)
46. Halperin B I *Helv. Phys. Acta* **56** 75 (1983); Xie X C, Guo Y, Zhang F C *Phys. Rev. B* **40** 3487 (1989); Chakraborty T, Pietiläinen P *Phys. Rev. B* **41** 10862 (1990)
47. Eisenstein J P et al. *Phys. Rev. B* **41** 7910 (1990); Engel L W et al. *Phys. Rev. B* **45** 3418 (1992); Kang W et al. *Phys. Rev. B* **56** R12776 (1997)
48. Dolgoplov V T et al., cond-mat/0606716; *Phys. Status Solidi B* **243** 3648 (2006)
49. Jain J K *Phys. Rev. Lett.* **63** 199 (1989)
50. Willett R L et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 3846 (1993)
51. MacDonald A H *Phys. Rev. Lett.* **64** 220 (1990)
52. Brey L *Phys. Rev. B* **50** 11861 (1994)
53. Ernst G et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 4245 (1996)
54. Kane C L, Fisher M P A *Phys. Rev. B* **46** 15233 (1992); *Phys. Rev. Lett.* **68** 1220 (1992)
55. Shytov A V, Levitov L S, Halperin B I *Phys. Rev. Lett.* **80** 141 (1998)
56. Chang A M, Pfeiffer L N, West K W *Phys. Rev. Lett.* **77** 2538 (1996)
57. Grayson M et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 1062 (1998); Hilke M et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 186806 (2001)
58. Beenakker C W J *Phys. Rev. Lett.* **64** 216 (1990)
59. Syphers D A, Stiles P J *Phys. Rev. B* **32** 6620 (1985); Haug R J et al. *Phys. Rev. Lett.* **61** 2797 (1988); Washburn S et al. *Phys. Rev. Lett.* **61** 2801 (1988); Matsuda Y et al. *Phys. Rev. B* **40** 5176 (1989)
60. Chamon C de C, Wen X G *Phys. Rev. B* **49** 8227 (1994)
61. Chklovskii D B *Phys. Rev. B* **51** 9895 (1995)
62. Conti S, Vignale G *Phys. Rev. B* **54** R14309 (1996)
63. Kouwenhoven L P et al. *Phys. Rev. Lett.* **64** 685 (1990)
64. Chang A M, Cunningham J E *Phys. Rev. Lett.* **69** 2114 (1992)
65. Roddaro S et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 046801 (2004); **95** 156804 (2005)
66. Shashkin A A et al. *Письма в ЖЭТФ* **69** 561 (1999)
67. Zülicke U, Shimshoni E *Phys. Rev. B* **69** 085307 (2004); *Phys. Rev. Lett.* **90** 026802 (2003)
68. Deviatov E V et al., cond-mat/0606741
69. Novoselov K S et al. *Nature* **438** 197 (2005)
70. Wan X, Yang K, Rezayi E H *Phys. Rev. Lett.* **88** 056802 (2002); Wan X, Rezayi E H, Yang K *Phys. Rev. B* **68** 125307 (2003)

Edge states in the integer and fractional quantum Hall effect regimes

É.V. Devyatov

*Institute of Solid State Physics, Russian Academy of Sciences,
142432 Chernogolovka, Moscow Region, Russian Federation
Tel. (7-495) 993-47 47 22946. Fax (7-496) 524-97 01. E-mail: dev@issp.ac.ru*

Current research on the structure and properties of edge states arising in the integer and fractional quantum Hall effect regimes is reviewed. By consistently examining results for these two regimes, effects due to the electron-electron interaction are identified. Areas for further research are also suggested.

PACS numbers: **73.43**, -f, **73.43**.Fj

Bibliography — 70 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **177** (2) 207–229 (2007)

Received 3 October 2006
Physics – Uspekhi **50** (2) (2007)